TEXTO PARA DISCUSSÃO Nº 516

Três Modelos Teóricos para a Previdência Social

Rogério Boueri Miranda

SETEMBRO DE 1997

TEXTO PARA DISCUSSÃO Nº 516

Três Modelos Teóricos para a Previdência Social*

*Rogério Boueri Miranda***

Brasília, setembro de 1997

---

* Este trabalho é uma versão modificada da dissertação de mestrado do autor intitulada *Previdência Social em Três Modelos Novo—Clássicos*, defendida em 05/06/1997 junto à Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas (EPGE/FGV).

** Técnico da CGFP/IPEA.

O IPEA é uma fundação pública, vinculada ao Ministério do Planejamento e Orçamento, cujas finalidades são: auxiliar o ministro na elaboração e no acompanhamento da política econômica e promover atividades de pesquisa econômica aplicada nas áreas fiscal, financeira, externa e de desenvolvimento setorial.

TEXTO PARA DISCUSSÃO tem o objetivo de divulgar resultados de estudos desenvolvidos direta ou indiretamente pelo IPEA, bem como trabalhos considerados de relevância para disseminação pelo Instituto, para informar profissionais especializados e colher sugestões.

Tiragem: 160 exemplares

COORDENAÇÃO DO EDITORIAL

Brasília — DF:
SBS Q. 1, Bl. J, Ed. BNDES, 10º andar
CEP 70076-900
Fone (061) 315.5336 — Fax (061) 315.5314
E-Mail: editbsb@ipea.gov.br

SERVIÇO EDITORIAL

Rio de Janeiro — RJ:
Av. Presidente Antonio Carlos, 51, 14º andar
CEP 20020-010
Fone (021) 212.1140 — Fax (061) 220.5533
E-Mail: editorial@ipea.gov.br

SUMÁRIO

SINOPSE

Este trabalho examina as implicações econômicas da previdência social no contexto do modelo de gerações superpostas (OLG), construído por Paul Samuelson (1958) e complementado por Peter Diamond (1965), exemplificando-o mediante simulações. Para tanto, serão utilizadas três versões do modelo, as quais se diferenciam pela maneira como cada uma delas incorpora a demanda por capital dos agentes.

Os resultados obtidos evidenciam a grande influência que as diversas especificações da demanda por capital dos agentes exerce sobre a acumulação de capital e sobre a existência da *equivalência ricardiana***.**

1 INTRODUÇÃO

O propósito deste trabalho é estudar as implicações econômicas da previdência social no contexto do mais amplamente difundido modelo de gerações superpostas (OLG), construído por Paul Samuelson (1958) e complementado por Peter Diamond (1965), exemplificando-o mediante simulações. Para tanto, serão utilizadas três versões do modelo, as quais se diferenciam pela maneira como cada uma delas incorpora a demanda por capital dos agentes. Serão examinados em especial os efeitos da previdência sobre a acumulação de capital e sobre o bem-estar da sociedade.

O primeiro deles, considerado o precursor desse tipo de aplicação, é a formulação de Diamond (1965). Nela, os agentes não se importam, sob nenhum aspecto, com as gerações futuras, o que terá conseqüências diretas sobre a acumulação de capital e sobre a eficiência dinâmica. A seguir, será discutido o modelo de Robert Barro (1974), no qual a preocupação dos indivíduos com a geração futura estabelece uma cadeia de elos intergeracionais que os leva a agir como se tivessem vida infinita. Nesse ponto, será introduzida a discussão acerca da *equivalência ricardiana*, que se deriva do modelo. Por fim, será utilizada a formulação de Martins (1995), na qual a preocupação dos indivíduos com as gerações futuras é expressa pela valorização das heranças deixadas. Nesse caso, as proposições de neutralidade das políticas de governo não mais se verificam, não obstante a ligação dos agentes com o futuro.

Serão realizadas simulações com o intuito de ilustrar o funcionamento de modelos complexos, onde o exame analítico torna-se bastante complexo e por vezes estéril. Segundo Auerbach & Kotlikoff (1987), são três os passos necessários para se descrever o funcionamento de um sistema econômico. Em primeiro lugar, deve-se encontrar o valor de equilíbrio inicial, após o qual se realizarão as mudanças que se propõe avaliar. A seguir, calcula-se o novo valor de equilíbrio resultante. Por fim, deve-se solucionar a trajetória de desenvolvimento das variáveis, que as levarão de um equilíbrio a outro.

Diversas abordagens são utilizadas para se estudarem as características e os efeitos da previdência. Como exemplos, podem ser citados os estudos estatístico-atuariais que visam especialmente estabelecer as condições de equilíbrio financeiro de longo prazo dos esquemas previdenciários e os estudos a respeito do caráter redistributivo da previdência, muito em voga atualmente, em virtude do debate sobre a reforma do sistema brasileiro. No entanto, quando o foco de atenção se concentra na acumulação de capital e no bem-estar econômico, os modelos de OLG são os mais amplamente utilizados.

Isso pode ser comprovado pela vasta literatura existente que liga os dois assuntos. Realmente, as discussões modernas sobre previdência, inclusive a de caráter empírico, está estabelecida dentro do contexto dos modelos de *Gerações Superpostas*. Desde Feldstein (1974), Munnell (1976) e Barro & MacDonald (1979) até os trabalhos mais recentes de Arrau & Schimidt—Hebbel (1993), Corsetti & Schimdt—Hebbel (1994), Barbosa & Mondino (1994), Barreto & Oliveira (1995) e Feldstein (1996), a previdência vem sendo tratada segundo essa estrutura.

Tal predileção provavelmente se deve ao reconhecimento de que a previdência não é apenas um problema de alocação intertemporal, mas também uma questão de distribuição da riqueza entre sucessivas gerações e que, portanto, os modelos de OLG são mais adequados ao exame do problema previdenciário.

1.1 Previdência Social

A previdência social é tema de fundamental importância nas economias modernas. O fato pode ser primariamente avaliado pela magnitude dos orçamentos desses programas. Nos EUA, por exemplo, o gasto com previdência compõe o segundo maior orçamento público — superado apenas pela defesa —, pagando, a título de benefícios anuais, mais de US$ 1 trilhão (cerca de 15% do PNB daquele país) a cerca de 43 milhões de pessoas. No Reino Unido, esses pagamentos atingem US$ 140 bilhões, enquanto na Alemanha, país no qual prevalece uma noção mais ampla de seguridade social, os gastos totais por ano com o programa atingem cerca de 30% do produto nacional, com montantes absolutos de US$ 760 bilhões anuais.

A importância da previdência nas contas do governo é uma questão que aflige também os países em desenvolvimento. Na América Latina, os valores são relativamente elevados, especialmente quando se levam em consideração os baixos níveis de cobertura populacional detectados na região. Na Argentina, por exemplo, a seguridade social distribuiu benefícios que se igualaram a cerca de 13% do PIB, ou seja, valores superiores a US$ 35 bilhões, enquanto no Chile, onde a previdência social funciona sob o sistema de capitalização,[1] os investimentos dos fundos de pensão alcançaram em 1991 a marca de US$ 10 bilhões, o que corresponde a 35% de seu PIB. A previsão é de que no ano 2000 esse montante se iguale ao produto daquele país.

No Brasil, considerando-se os pagamentos previdenciários do sistema oficial (INSS) acrescidos dos benefícios recebidos pelos inativos do governo federal, ultrapassa-se a soma de US$ 50 bilhões. Embora o montante seja elevado em termos absolutos, ele explicita a baixa cobertura da pre-

[1] Mais detalhes sobre o funcionamento da previdência social chilena podem ser obtidos em Mesa-Lago (1994).

vidência brasileira, pois não chega a atingir 8% do valor total do PIB nacional.[2]

A previdência social é fundamentalmente um fenômeno da sociedade industrial. O seu precursor foi Bismark, que em 1891 implantou na Alemanha o primeiro sistema oficial conhecido. Antes disso, a seguridade social tinha um caráter familiar, isto é, os membros jovens das famílias ou clãs sustentavam os indivíduos mais velhos.[3] A partir da urbanização das sociedades e da desagregação, na maioria dos casos, das famílias em seu sentido amplo, fez-se necessária a absorção do sistema pelo Estado. A forma mais tradicional de realização desse processo foi por meio do *sistema de repartição*, ou, como é conhecido internacionalmente, *Pay-as-You-Go*. Nele os trabalhadores ativos são taxados e o fundo daí angariado é repartido, de acordo com determinados critérios, entre os inativos, provocando, portanto, transferências intergeracionais dos recursos. Um requisito básico para a sua implementação é a existência de uma máquina estatal coordenada, capaz de gerir intertemporalmente o sistema.

Um fenômeno mais moderno foi a criação da *previdência por capitalização* (sistema *Fully Funded*). Segundo ele, as contribuições recolhidas dos indivíduos, que podem ser compulsórias ou voluntárias, são acumuladas em contas individuais, das quais os indivíduos poderão sacar parceladamente na ocasião da aposentadoria. Esse sistema é apontado por muitos como mais adequado à manutenção de níveis de poupança mais elevados[4] e invulnerável a variações da estrutura demográfica. A condição básica para o seu funcionamento é a existência de

---

[2] Na verdade, esse cálculo subestima um pouco o total de benefícios pagos no Brasil, uma vez que não incorpora os pagamentos realizados pelas caixas de previdência estaduais e municipais, ou pelos fundos de pensão.

[3] Ver Barbosa & Mondino (1994).

[4] Esse ponto tem sido amplamente discutido, como será visto posteriormente.

mercados financeiros desenvolvidos, aptos a acumular e capitalizar poupanças individuais.

Em qualquer dos casos, contudo, os objetivos dos sistemas previdenciários são basicamente os mesmos. Neles, o fator óbvio e mais importante é o financiamento da aposentadoria, embora a função de prover os participantes de seguros de vida e contra a perda de capacidade laboral também não seja desprezível. Assim, além da morte, o seguro previdenciário também pode cobrir os prejuízos decorrentes da inaptidão prematura e ainda garantir aos participantes uma renda perpétua, de forma que a longevidade e a eventual exaustão dos recursos acumulados individualmente não provoquem um total desamparo financeiro.

As motivações sociais que levaram à formação de esquemas de previdência têm sido explicadas por diversos argumentos. Alguns apontam a solidariedade para com os velhos como razão fundamental, enquanto outros encontram justificativa na previsão míope dos indivíduos sobre o futuro, que os levaria a poupar menos que o necessário para garantir o bem-estar na velhice, ficando ao Estado a responsabilidade pelo provimento dos recursos necessários para tanto. Um argumento mais técnico, que mais adiante será discutido com detalhes, é o de que em certas circunstâncias a previdência poderia levar o sistema econômico à eficiência dinâmica.

1.2 Modelos com Gerações Superpostas

Os modelos de *Gerações Superpostas* (também chamados de modelos de *Gerações Sobrepostas*, *Overlapping Generations*, ou simplesmente modelos OLG), têm sido utilizados para abordar um vasto elenco de problemas econômicos. Embora alguns citem Maurice Allais como precursor desse tipo de modelo [Blanchard & Fischer (1989)], foi o celebrado texto de Paul Samuelson (1958) que deu origem ao emprego generalizado da formulação.

No seu trabalho, Samuelson constrói um modelo de OLG para analisar o problema da determinação dos termos de troca entre o presente e o futuro, isto é, da taxa de juros, no âmbito de um sistema econômico dinâmico e de duração indeterminada. O autor parte da hipótese de que os agentes vivem dois períodos, sendo produtivos no primeiro e completamente improdutivos no segundo. Não obstante, os indivíduos necessitam de um certo nível de consumo em ambos os períodos. A dificuldade provém da hipótese de que o único bem produzido na economia é perecível, não podendo portanto ser estocado para consumo no futuro.

Desse modo, o consumo da geração que vive o período improdutivo depende da coexistência com uma geração produtiva e da disposição desta última em abdicar de uma parte de seu consumo para transferi-la aos mais velhos. Considera-se, no entanto, que os jovens não teriam motivação para fazê-lo, por não receberem garantias de reembolso de tal transferência. Nesse contexto, Samuelson detecta a existência de taxas de juros negativas, no caso de a população ser mantida constante.

Para se atingir o ótimo social, seria necessária a constituição de um pacto que obrigasse os jovens a proceder a transferências aos mais velhos na ocasião do período improdutivo. Esse pacto social se sustentaria na certeza de que cada geração produtiva teria garantido o mesmo direito de ser mantida no seu período improdutivo pela geração que a sucedesse. Nesse ponto, o texto expõe a conexão potencial dos modelos OLG com a previdência social, conexão esta que, como será visto, será devidamente aproveitada em artigos posteriores.

Diamond (1965) complementou o modelo, a ele adicionando uma tecnologia de produção neoclássica e transformando-o, dessa forma, em um modelo de crescimento. Essa gênese foi descrita por Paul Samuelson como se segue:

"In 1958 I showed ... that, in a model of exponetial population growth without capital, the golden rule consumption configuration among diferent age groups that will maximize the representative man´s ***ex ante*** *and* ***ex post*** *lifetime utility is that which would be realized if every man faced a competitive interest rate equal to the biological rate of population growth.*

In 1965 Peter Diamond ... added productive (neo—classical) capital to this model and showed that, along with the consumption golden rule, maximization of the representative man´s utility requires that the Swan—Phelps (production) golden rule be satisfied, in which the marginal productivity of capital is also equal to the rate of population growth ..." [Samuelson (1967), p. 104].

Um dos aspectos que torna atraente essa espécie de modelo é sua fundamentação microeconômica. Depois de um longo período de predominância da teoria keynesiana, na qual a dicotomização entre as abordagens micro e macroeconômicas era aceita e, sob muitos aspectos, até considerada natural, retomou-se a concepção de ciência única, em que as duas abordagens devem ser, além de complementares, interligadas. Os modelos OLG satisfazem essa exigência. Neles é possível analisar as implicações das decisões individuais sobre as variáveis agregadas.

Outro fator importante nesses modelos é sua abordagem dinâmica. McCandless e Wallace (1991) classificam em duas as principais tradições de abordagem macroeconômica. Na primeira delas, consolidada por Keynes, o foco é sobre o presente, enquanto na segunda, encabeçada, de acordo com os autores, por Irvin Fisher, tenta-se estudar simultaneamente todo o intervalo temporal pertinente ao assunto. Os modelos OLG seguem claramente a segunda tradição. As vantagens da análise dinâmica são muitas. Em primeiro lugar, ela permite contrapor, em termos de políticas específicas, os benefícios de curto prazo às perdas de longo prazo, e vice-versa. No caso da política fiscal, por exemplo, é possível opor, aos efeitos de uma estratégia de financiamento de um déficit resultante de dívidas, a alternativa de compensá-lo com impostos.

A análise estática, por sua vez, é mal equipada para abordar de forma integral a questão da eficiência econômica, uma vez que não considera o bem-estar das gerações futuras.[5] Isso é tratado de forma diametralmente oposta pela abordagem dinâmica, pois nela são avaliadas as repercussões sobre todos os indivíduos que em algum momento participarão do sistema econômico. Esses são alguns dos motivos que levam à consideração de que:

"The consumption loan model that Paul Samuelson introduced in 1958 to analyse the rate of interest, with or without the social contrivance of money, has developed into what is without doubt the most important and influential paradigm in neoclassical general equilibrium theory outside of the Arrow—Debreu economy. A vast literature in public finance and macroeconomics is based on the model, including studies on national debt, social security, the incidence of taxation and bequests on the accumulation of capital, the Phillips curve, the business cycle, and the foundations of monetary theory." [Geneakoplos (1987), p. 767]

Contrastados com outro paradigma da teoria moderna – os sistemas econômicos tipo *Arrow-Debreu* —, os modelos de OLG demonstram certas diferenças: podem apresentar equilíbrios monetários múltiplos, o que não acontece nas economias *Arrow-Debreu*, uma vez que nestas a moeda não é valorizada. Além disso, enquanto os modelos OLG podem conter núcleos vazios, os do tipo *Diamond* geram ineficiência dinâmica.[6]

2 PREVIDÊNCIA NO MODELO DE DIAMOND

Neste capítulo, serão analisadas as repercussões ocasionadas em um sistema econômico tipo *Diamond* pela adoção dos dois métodos de previdência. Serão discutidos, em especial, aspectos como geração de poupança e acumulação de capital, bem

---

[5] Ver Auerbach & Kotlikoff (1987).

[6] Para uma discussão mais pormenorizada a respeito da matéria, ver Geanakoplos (1987).

como a eficiência dinâmica do modelo quando submetido às hipóteses previdenciárias.

Por ser tradicional e um dos modelos mais utilizados entre os de Gerações Superpostas, a apreciação aqui exposta sobre a influência da previdência em seu funcionamento pode ser considerada útil como ponto de partida para exercícios posteriores a serem desenvolvidos em estruturas que lhe agregam alguma complexidade. Ademais, o debate central a respeito dos efeitos da previdência sobre a economia está contido na contraposição desse modelo com aquele que incorpora o *Motivo Herança Puro*, formulado por Robert Barro (1974), que será devidamente explorado no próximo capítulo.

A utilização de modelos *à la Diamond* tem sido feita sobretudo em caráter empírico. Feldstein (1974) pode ser apontado como o pioneiro dessa linha. No célebre trabalho em que faz uso de econometria, conclui que:

"The evidence that the social security program approximately halves the personal saving rate implies that it substantially reduces the stock of capital and the level of national income" [7].

Na mesma linha empírica, também têm sido realizadas simulações a respeito da redução de poupança causada pela previdência. São exemplos de trabalhos do gênero : Arrau e Schimidt-Hebbel (1993), Corsetti & Schimidt-Hebbel (1994) e Barreto & Oliveira (1995), que simulam modelos *à la Diamond* com 55 gerações, e Pessoa (1996) que experimentou um modelo contínuo de duas gerações e data incerta para a morte. Blanchard & Fischer (1989) apresentam uma discussão didática sobre o problema, e Auerbach e Kotlikoff (1987), a operacionalização do modelo para simulações.

O tratamento aqui dispensado será teórico. Primeiramente, serão analisadas as condições de

[7] Em estudo posterior, resultados semelhantes foram obtidos. Ver Feldstein (1996).

estabilidade do modelo simples de *Diamond* e a eficiência dinâmica do seu equilíbrio de *steady state*. Em seguida, serão inseridas as hipóteses sobre os esquemas de previdência de repartição simples (*Pay-as-You-Go*) e de capitalização (*Fully Funded*). Em ambos os casos, serão averiguadas as conseqüências sobre a formação de poupança e a acumulação de capital, bem como as implicações sobre a eficiência dinâmica do modelo.

2.1 Modelo de *Diamond* [8]

Suponha-se uma economia na qual coexistam duas espécies de indivíduos: os ativos e os inativos. Cada indivíduo participa seqüencialmente das duas categorias. No primeiro período de suas vidas, os indivíduos são classificados como ativos. Durante esse tempo, eles empregam sua força de trabalho que, associada ao estoque de capital disponível — pertencente à geração antecessora —, produzirá no final do período uma determinada quantidade do bem único da economia, o qual tanto se presta ao consumo quanto ao investimento. Esse produto, então, será repartido entre os fatores de produção, ocasião em que os agentes decidirão entre consumo e poupança. Aquilo que for poupado o será sob a forma de capital, compondo o estoque desse fator, que participará da produção no próximo período. No segundo período, os indivíduos não trabalham, vivendo das poupanças acumuladas na fase anterior e dos seus rendimentos. Depois de desfrutar o segundo período, os indivíduos morrem.

Serão classificados como indivíduos da geração t aqueles que no período t estiverem vivendo o seu período ativo. Assim, os indivíduos da geração t convivem com os inativos da geração $t-1$, durante o período t (enquanto são ativos), e com os indivíduos ativos da geração $t+1$, no período $t+1$ (quando já

[8] A partir desse ponto, este capítulo segue Blanchard & Fischer (1989).

são inativos). Existe uma taxa de crescimento populacional constante igual a $\hbar$.

Para simplificar, será suposto que o consumo, o salário e a poupança são iguais para todos os indivíduos da mesma geração, podendo contudo variar de uma geração para outra. Assim, é indiferente tomar tais parâmetros de forma individual ou *per capita*.

Dessa forma, pode-se estruturar o problema individual como se segue:

$$\begin{cases} \underset{c_t(t);\, c_t(t+1)}{Max}: \quad U[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1} U[c_t(t+1)] \\ Suj: \quad c_t(t) + s_t = w_t \\ \qquad\quad c_t(t+1) = (1+r_{t+1}) s_t \end{cases}$$

onde U é a função utilidade do indivíduo ($U' > 0$ e $U'' < 0$);[9] e $c_t(t)$ e $c_t(t+1)$ são os consumos *per capita* dos indivíduos da geração t durante o primeiro e o segundo período de vida, respectivamente. A utilização de funções de utilidade separáveis e aditivas, que serão adotadas daqui em diante, deve-se não só à simplificação no tratamento matemático do problema, mas principalmente ao fato de, por essa forma, obterem-se mensurações uniformes dos índices de utilidade de cada período.[10] A variável s_t é a poupança *per capita* e w_t, o salário *per capita* desse mesmo grupo; ρ é a taxa de desconto intertemporal e, finalmente, r_{t+1} é a taxa de juros que remunera no período $t+1$ a poupança realizada no período t.

Procedendo-se à maximização, tem-se que:

$$U'(w_t - s_t) = (1+\rho)^{-1}(1+r_{t+1})U'[(1+r_{t+1})s_t] \qquad (2.1)$$

---

9 Estritamente falando, não é necessária a suposição da existência de funções de utilidade cardinalmente definidas, pois basta que as escalas ordinais de preferências dos agentes possuam determinadas propriedades, para que possam ser representadas por funções de utilidade. Detalhes em Varian (1984), página 113.

Isso implica que a poupança é função do salário e da taxa de juros. Assim:

$$s_t = s(w_t, r_{t+1}), \qquad (2.2)$$

Esse modelo ainda incorpora uma função de produção tradicional, que depende de dois fatores de produção, capital (*K*) e trabalho (*N*). Tal função é suposta homogênea de grau 1 em ambos os fatores. Então, se *F(K,N)* é a referida função de produção,

$$F(K,N) = N\,F(K/N,1) = N\,f(k)$$

onde *k* e *f(k)* são, respectivamente, o estoque de capital *per capita* e a produção *per capita*. Por suposição, as condições de Inada são satisfeitas: $f(0) = 0$, $f'(0) = \infty$, $f'(\infty) = 0$ e $f'' < 0$.

Também são respeitadas as hipóteses competitivas sobre os mercados de fatores. Portanto, a taxa de juros será igual à produtividade marginal do capital e tudo que for produzido será utilizado para remunerar os fatores:

$$f'(k_t) = r_t \qquad (2.3)$$

$$f(k_t) - k_t f'(k_t) = w_t \qquad (2.4)$$

Como existem no modelo dois mercados, o de bens e o de capitais, pela lei de Walras, ao se examinarem as condições de equilíbrio de um dos mercados, examinam-se concomitantemente as condições de equilíbrio do outro. Assim, se o mercado de ativos estiver equilibrado, o de bens também o estará.

A condição de equilíbrio no mercado de ativos é que o investimento líquido seja igual à poupança líquida. Se for considerado que a população cresce à taxa *h*, isto é, que $N_{t+1} = N_t(1+h)$, tem-se que:

$$K_{t+1} - K_t = N_t s_t - K_t$$

---

10 Ver Mas-Collel *et alii* (1995).

$$k_{t+1}(1+\hbar) = s_t \qquad (2.5)$$

Associando-se as equações (2.2), (2.3), (2.4) e (2.5), obtém-se:

$$k_{t+1} = \frac{s(f(k_t) - k_t f'(k_t),\ f'(k_{t+1}))}{1+\hbar} \qquad (2.6)$$

A equação acima expressa a condição de equilíbrio dinâmico do modelo. Dela se depreende que o estoque de capital *per capita* que entrará em produção no período *t+1* — e que pertence à geração *t* — é função da taxa de juros que vigorará em *t+1* — perfeitamente antecipada — e dos salários pagos no tempo *t*.

Para avaliar as condições de estabilidade local do equilíbrio do modelo, deve-se diferenciar k_{t+1} em relação a k_t na vizinhança do *steady state*. A estabilidade local não-oscilatória[11] requer que esta magnitude esteja contida no intervalo entre zero e a unidade. Isso significa que pequenas alterações no nível de capital *per capita* de *steady state* acarretarão diferenças cada vez menores nos estoques futuros. No limite, a diferença tenderá a zero, o que restabelecerá o nível estacionário. Assim:

$$\frac{dk_{t+1}}{dk_t} = \frac{-s_w(k_t)k_t f''(k_t)}{1+\hbar - s_r(k_{t+1}) f''(k_{t+1})} \qquad (2.7)$$

Como o numerador dessa última expressão é inequivocamente positivo, a estabilidade local não-oscilatória ocorrerá em condições em que o numerador é menor que o denominador. Isso implica, portanto, que este último seja também positivo. Deve-se frisar que tal fato, expresso na desigualdade (2.8), é condição necessária, mas não suficiente, à estabilidade local não-oscilatória.

---

11 Uma condição menos restritiva seria a de estabilidade local simplesmente. Nesse caso, seria requerido que a derivada (2.7) estivesse situada entre —1 e 1.

Contudo, é importante destacá-la por tratar-se de um resultado que será utilizado posteriormente.

$$1 + n + s_r(k_{t+1})f''(k_{t+1}) > 0 \qquad (2.8)$$

É válido ressaltar que, como reconhecido pelo próprio autor no texto original de Peter Diamond, além dessa restrição à estabilidade local do equilíbrio, nesse modelo não há garantias de unicidade, tampouco de existência do equilíbrio. Supondo-se verificadas a existência, a unicidade e a estabilidade local do equilíbrio, a próxima etapa será examinar a eficiência dinâmica do equilíbrio.

Para isso, supõe-se a existência de um planejador central benevolente, cujo intuito seria o de promover o maior nível de bem-estar para os agentes de todas as gerações. Para tanto, ele estaria escolhendo, a cada período, os consumos e o estoque de capital, de forma que o somatório das utilidades descontadas a uma taxa *P*, escolhida arbitrariamente por ele próprio e que reflete o quanto ele prefere as gerações presentes às futuras, fosse máximo *O*, seu problema poderia ser resumido, então, por:

$$\begin{cases} \underset{c_t,\ c_{t+1}}{Max}: V_t = U[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1}U[c_t(t+1)] + (1+P)^{-1}U[c_{t+1}(t+1)] + (1+P)^{-1}(1+\rho)^{-1}U[c_{t+1}(t+2)] + \cdots \\ Suj: \quad N_t c_t(t) + N_{t-1}c_{t-1}(t) = F(K_t, N_t) + K_t - K_{t+1} \\ \qquad\quad N_{t+1}c_{t+1}(t+1) + N_t c_t(t+1) = F(K_{t+1}, N_{t+1}) + K_{t+1} - K_{t+2} \\ \qquad\qquad \vdots \end{cases}$$

As restrições do planejador seriam, então, as condições de igualdade macroeconômica entre a oferta e a demanda agregadas em cada período. A demanda agregada é igual à soma dos consumos da geração velha e da geração nova, devidamente ponderados pelo contingente populacional de cada geração, e da demanda por investimento, aqui representada pela diferença do estoque de capital nos dois períodos consecutivos. A oferta agregada seria descrita pela renda gerada na economia. Tomando-a em termos *per capita*:

$$c_t(t) + (1+\hbar)^{-1}c_{t-1}(t) = f(k_t) + k_t - (1+\hbar)^{-1}k_{t+1}$$
$$c_{t+1}(t+1) + (1+\hbar)^{-1}c_t(t+1) = f(k_{t+1}) + k_{t+1} - (1+\hbar)^{-1}k_t$$
$$\vdots$$

Utilizando-se tais restrições no problema do planejador central e supondo-se que ele esteja maximizando ao escolher $C_t(t+1)$ e k_{t+1} a cada período t, obtêm-se as seguintes condições de primeira ordem:

$$(1+\rho)U'[c_{t+1}(t+1)] = (1+P)(1+\hbar)U'[c_t(t+1)] \qquad (2.9)$$

$$[1+f'(k_t)]U'[c_{t+1}(t+1)] = (1+P)(1+\hbar)U'[c_t(t)] \qquad (2.10)$$

Tomando-se a equação (2.10) no *steady state*, pode-se dizer que:

$$[1+f'(k_t)] = (1+P)(1+\hbar) \qquad (2.11)$$

Se o planejador central não fizer diferença entre as gerações, isto é, se ele valorizá-las igualmente, então $P = 0$. Nesse caso, portanto, a produtividade marginal do capital deverá igualar-se à taxa de crescimento da população.[12] Como no modelo de *Diamond* não há nenhuma garantia de que $f'(k^*) = n$, então ele não é, em geral, dinamicamente eficiente. Se, por exemplo, $f'(k^*) < n$, o estoque de capital *per capita* de *steady state* seria maior que aquele determinado pelo planejador central, uma vez que a produtividade marginal é decrescente. Assim, o estoque de capital tornar-se-ia tão grande que sua produtividade seria mais do que compensada pela quantidade de recursos que teriam que ser utilizados em cada período, tão-somente para prover as novas gerações com o mesmo nível de capital *per capita* que o das anteriores. Esse fenômeno, denominado *sobreacumulação*, levaria a um *steady state* que não seria um equilíbrio

[12] Por isso Samuelson (1958) descreve a taxa de crescimento populacional como taxa de retorno “biológica” do modelo.

eficiente, pois, em tal situação, todos poderiam melhorar seu nível de consumo simultaneamente, bastando que, para isso, fosse atingido um equilíbrio com menor montante de estoque de capital. Esse novo equilíbrio seria claramente viável (*feasible*), pois requereria menos capital que o anterior.

Portanto, o modelo de *Diamond*, além de não fornecer garantias a respeito da existência e da unicidade do equilíbrio, é limitado quanto à eficiência do equilíbrio obtido.[13] Este será eficiente somente se a produtividade marginal do capital se igualar à taxa de crescimento populacional.

À não-existência, em geral, das boas propriedades do equilíbrio, tem sido adicionada a possibilidade da ausência de crescimento nos modelos OLG. Se acumulação de capital ocorrer de forma mais acelerada do que crescimento da poupança das gerações vindouras, a ausência de crescimento adviria do fato de a nova geração não possuir renda suficiente para adquirir o capital da geração antecessora. Isso geraria uma incapacidade intrínseca de crescimento nos modelos OLG com tecnologia de produção convexa, a qual Jones & Manuelli (1992) se referem como *general no-growth result*.

Martins (1995) argumenta que as deficiências atribuídas aos modelos OLG — ineficiência dinâmica e incapacidade de crescimento — não são inerentes a eles, podendo ser evitadas pelo tratamento teórico adequado da demanda por estoques de capital futuros, demanda esta exercida pelos agentes que vivem no presente. O conceito de futuro para cada indivíduo refere-se aos períodos que irão decorrer após o seu ciclo de vida. Para esse autor, as versões dos modelos OLG mais utilizadas no estudo da acumulação de capital caracterizam-se pela presença de agentes que só se preocupam com o próprio consumo. Agindo dessa ma-

[13] Isso é reconhecido pelo próprio autor em um exemplo. Ver Diamond (1965).

neira introvertida, eles não dão importância a aspectos relacionados com a formação de um estoque de capital adequado em períodos que extrapolem o próprio ciclo de vida, nem àqueles relacionados ao crescimento econômico. Por isso, não existiriam motivos para que tais agentes introvertidos conduzissem o sistema econômico à eficiência, ou ao crescimento econômico.

Conforme enfatiza Cass (1972), o fenômeno da ineficiência econômica está intimamente ligado à velocidade de deterioração dos termos de troca entre o presente e o futuro, à medida que o capital é acumulado. No modelo de Barro (1974), a velocidade de deterioração, conforme percebida pelos indivíduos, é controlada pela presença da utilidade das gerações futuras na função de utilidade de cada agente do modelo. Já no modelo de Diamond (1965), não há nenhum mecanismo embutido nas preferências dos agentes capaz de se contrapor à velocidade de decréscimo da produtividade marginal do capital. No modelo de Martins (1995), novamente é estabelecido um controle sobre a velocidade de deterioração dos termos de troca do presente com o futuro, por meio não do desconto das utilidades das gerações futuras, mas da valorização do estoque futuro de riqueza. Com esse tipo de tratamento da demanda por estoques de capital futuros, Araújo & Martins (1996) e Martins & Mello (1997) argumentam que os modelos OLG são perfeitamente compatíveis tanto com a eficiência dinâmica quanto com os resultados de crescimento com tecnologias de produção convexas.

2.2 Esquema Previdenciário *Pay-as-You-Go*

Inicia-se aqui o estudo das repercussões dos sistemas de previdência sobre o funcionamento dos modelos de *Gerações Superpostas*, que é o assunto precípuo deste texto. Primeiramente, será considerado o esquema *Pay-as-You-Go*, no qual cada indivíduo ativo pagará um montante d_t, a título de contribuição previdenciária. As contribuições são rateadas entre os inativos do período, cabendo, a cada um, uma cota a_t. No próximo período, a geração contribuinte se transformará em geração pensionista, recebendo da então geração ativa transferências por meio da estrutura previdenciária. Dessa forma, em cada período, os ativos financiam os inativos. Como a população cresce à taxa $\hbar$, tem-se que:

$$a_t = d_t(1+\hbar) \qquad (2.12)$$

Portanto, cada indivíduo encara $\hbar$ e não r_t, como sendo a taxa de retorno do seu *investimento previdenciário*. O novo problema está configurado:

$$\begin{cases} \underset{c_t(t);\, c_t(t+1)}{Max}: & U[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1} U[c_t(t+1)] \\ Suj: & c_t(t) + s_t + d_t = w_t \\ & c_t(t+1) = (1+r_{t+1})s_t + (1+\hbar)d_{t+1} \end{cases}$$

cuja solução é descrita por:

$$U'(w_t - s_t - d_t) = (1+\rho)^{-1}(1+r_{t+1})U'[(1+r_{t+1})s_t + (1+\hbar)d_{t+1}] \qquad (2.13)$$

$$k_{t+1}(1+\hbar) = s_t \qquad (2.5)$$

Aqui a solução é uma função poupança que depende também da contribuição previdenciária. Então:

$$s_t = s(f(k_t) - k_t f'(k_t),\ f'(k_{t+1}), d_t) \qquad (2.14)$$

Considerando-se a contribuição exógena e diferenciando-se em (2.13) $\partial s_t / \partial d_t$, tem-se:

$$\frac{\partial s_t}{\partial d_t} = -\frac{U''_1 + (1+\rho)^{-1}(1+\hbar)(1+r_{t+1})U''_2}{U''_1 + (1+\rho)^{-1}(1+r_{t+1})^2 U''_2} < 0 \qquad (2.15)$$

pois tanto o numerador quanto o denominador são negativos se as utilidades marginais forem decrescentes se os consumos nos dois períodos forem bens normais.

A base da explicação econômica desse fato está em Feldstein (1974). No seu artigo, argumenta-se que, se a oferta de trabalho em cada período for fixa, a introdução de um sistema previdenciário reduzirá a poupança individual voluntária, uma vez que restarão menos recursos a serem distribuídos entre esta e o consumo.[14] No caso de o sistema adotado ser o de repartição (*Pay-as-You-Go*), os recursos extraídos da geração ativa serão transferidos para a geração inativa, que no modelo nada poupa, resultando então em um decréscimo da poupança agregada.

Da equação (2.13), deduz-se que $\partial s_t/\partial d_t$ será menor que -1, ou estará entre -1 e zero, se, respectivamente, n for maior ou menor que r_{t+1}. Isso significa que, se o crescimento populacional for maior que a taxa de retorno do capital, a instauração de um sistema previdenciário por repartição proporcionará aos agentes um rendimento superior àquele obtido por meio da poupança. Como nesse modelo os agentes não podem aumentar sua contribuição previdenciária com vistas ao aumento do seu retorno futuro, o efeito substituição não pode se manifestar. No entanto, o efeito renda positivo acarretará um maior consumo presente e uma retração da poupança. Caso contrário, o surgimento de um efeito renda negativo levará os agentes a cortar parte do seu consumo presente, proporcionando uma atenuação no decréscimo da poupança.

Para avaliar o impacto da introdução do método de repartição simples sobre a acumulação de capital, diferencia-se, na equação abaixo, k_{t+1} em relação a d_t.

$$k_{t+1} = \frac{s(f(k_t) - k_t f'(k_t),\ f'(k_{t+1}),\ d_t)}{1+n} \qquad (2.16)$$

---

[14] Em um caso especial, a poupança individual voluntária poderia permanecer inalterada, se os agentes acomodassem toda a redução dos recursos disponíveis por meio de uma redução compensatória no consumo. Para que isso ocorresse, seria necessário que um dos consumos fosse um bem inferior.

Essa equação nada mais é do que a equação (2.6) modificada para incorporar os efeitos do desconto previdenciário sobre a poupança. Diferenciando-se:

$$\frac{\partial k_{t+1}}{\partial d_t} = \frac{\partial s / \partial d_t}{1 + \hbar - s_r f''(k_{t+1})} \qquad (2.17)$$

o numerador, como foi visto em (2.15), é negativo, enquanto o denominador é positivo, em virtude da condição de estabilidade e de convergência não-oscilatória (2.8). Isso posto, fica demonstrado que, nessas condições, o método reduz a acumulação de capital do sistema econômico.

Contudo, em um cenário de *sobreacumulação*, o esquema *Pay-as-You-Go* poderia ser utilizado para reduzir o estoque de capital de *steady state*, o que, segundo as hipóteses acerca da função de produção, elevaria a sua produtividade marginal. Então, seria o caso de se escolher um nível de contribuição previdenciária que provocasse uma retração no estoque de capital suficientemente grande, de modo a fazer com que a sua produtividade se igualasse à taxa de crescimento populacional. Assim, a *Regra de Ouro* seria atingida e estaria assegurada a eficiência ao equilíbrio do modelo.

2.3 Esquema Previdenciário *Fully Funded*

Na seção anterior, foi descrito o efeito do sistema previdenciário *Pay-as-You-Go* sobre a acumulação de capital. Existe, porém, uma forma alternativa de financiamento da previdência, chamado *método de capitalização* ou, como é consagrado na literatura, *fully funded*. O princípio básico desse sistema é o de que as contribuições previdenciárias não são transferidas para as gerações antecessoras. Ao invés disso, são capitalizadas em um fundo de investimentos, do qual, no futuro, serão sacados os recursos necessários ao pagamento das pensões de aposentadoria.

Como já foi colocado, esse esquema pode funcionar baseado em contribuições voluntárias ou compulsórias. Em países nos quais se convive com o sistema de repartição, como, por exemplo, o Brasil, os Estados Unidos e a maioria dos países europeus, a adesão é voluntária. Em outros países latino-americanos, nos quais o sistema *fully-funded* foi implementado para substituir o *Pay-as-You-Go* e cujo exemplo mais destacado é o Chile, assume geralmente caráter obrigatório.[15]

Neste texto, serão discutidos os efeitos da previdência *fully funded* sobre a acumulação de capital em um contexto de contribuição compulsória, no qual tal contribuição é menor do que a poupança resultante do sistema sem previdência. O caso voluntário não será examinado, porque nele a contribuição para a previdência assume um caráter específico de poupança voluntária e a análise se confunde com o caso de uma economia sem previdência.

Dessa forma, considerando-se um esquema *fully funded* com participação obrigatória, cada indivíduo ativo deve despender um montante d_t, a título de contribuição previdenciária no período t, recebendo, no período $t+1$, quando for inativo, o benefício a_{t+1}. Durante o prazo entre o recolhimento da contribuição e o pagamento do benefício, o sistema previdenciário investe as contribuições a uma taxa i_{t+1}, de forma que:

$$a_{t+1} = (1+ i_{t+1})d_t \qquad (2.18)$$

O problema individual resume-se a:

[15] Mais detalhes sobre a experiência chilena, bem como sobre a de outros países latino-americanos, podem ser encontrados em Mesa-Lago (1994). Corsetti & Schimdt-Hebbel (1994) analisam o crescimento econômico potencial advindo dessas experiências.

$$\begin{cases} \underset{c_t(t);\, c_t(t+1)}{Max}: \quad U[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1} U[c_t(t+1)] \\ Suj: \quad c_t(t) + \tilde{s}_t = w_t - d_t \\ \qquad\quad c_t(t+1) = (1+r_{t+1})\,\tilde{s}_t + (1+i_{t+1})\, d_t \end{cases}$$

Denominando-se s_t **a poupança agregada** *per capita*, **pode-se decompô-la em dois itens:** $\tilde{s}_t$ **que é a poupança voluntária, e a poupança previdenciária** *per capita*, **de caráter compulsório nesse caso, representada por** d_t. **É importante perceber a modificação ocorrida na segunda restrição. Em primeiro lugar, não existe mais nenhuma relação entre a contribuição paga pela geração** *t+1* **e o benefício recebido pela geração** *t*; **este depende agora da contribuição realizada pelos indivíduos da própria geração** *t*. **Ademais, o fator multiplicativo das contribuições não é mais a taxa de crescimento populacional, mas a taxa de retorno obtida pelos aplicadores dos recursos da previdência. A resolução do problema se dá por meio das equações representativas da condição de primeira ordem do problema acima e da condição de equilíbrio no mercado de ativos, ou seja:**

$$U'(w_t - \tilde{s}_t - d_t) = (1+\rho)^{-1}(1+r_{t+1})U'[(1+r_{t+1})\tilde{s}_t + (1+i_{t+1})d_t] \tag{2.19}$$

$$s_t = (1+\hbar)k_{t+1} = \tilde{s}_t + d_t = \tilde{s}(f(k_t) - k_t f'(k_t),\ f'(k_{t+1}), d_t) + d_t \tag{2.20}$$

Para avaliar o efeito da previdência *fully funded* **sobre a poupança voluntária, é necessário diferenciar** $\partial\tilde{s}_t / \partial d_t$ **em (2.20), de onde se obtém:**

$$\frac{\partial \tilde{s}_t}{\partial d_t} = -\frac{U_1'' - (1+\rho)^{-1}(1+i_{t+1})(1+r_{t+1})U_2''}{U_1'' + (1+\rho)^{-1}(1+r_{t+1})^2 U_2''} \lhd 0 \quad (2.21)$$

A equação é basicamente a mesma daquela obtida no sistema de repartição. A diferença está na substituição de $\hbar$ por i_{t+1} no numerador. Se a taxa de rendimento dos ativos r_{t+1} for igual à taxa de rentabilidade dos investimentos previdenciários i_{t+1}, fato bastante plausível, e se o mercado de planos de pensão for competitivo, tem-se que:

$$\frac{\partial \tilde{s}_t}{\partial d_t} = -1 \;\Rightarrow\; \frac{\partial s_t}{\partial d_t} = 0$$

Nessas condições, o método de capitalização não terá efeito sobre a poupança total da economia. Isso decorre de que, na ótica dos indivíduos, é indiferente a realização da poupança por meio da ou sob a forma de contribuição (d_t), se as duas modalidades renderem a mesma taxa. Portanto, qualquer aumento da contribuição resultará em uma diminuição compensatória da poupança voluntária. O único limite para esse processo é o de que a contribuição não poderá ultrapassar o montante da poupança total que seria realizada se não houvesse o sistema de previdência.

Para avaliar a repercussão desse tipo de previdência sob a acumulação de capital, basta utilizar as equações (2.17), (2.20) e (2.21), diferenciando-se k_{t+1} em relação a d_{t+1}:

$$\frac{\partial k_{t+1}}{\partial d_t} = \frac{\partial \tilde{s} / \partial d_t + 1}{1 + \hbar - \tilde{s}_r f''(k_{t+1})}$$

Como já foi visto, se as rentabilidades dos ativos e dos investimentos previdenciários equipararem-se, o numerador da expressão acima é nulo, o que, por sua vez, diagnostica um efeito.

3 PREVIDÊNCIA NO MODELO DE BARRO

O modelo de *Diamond*, como foi visto no capítulo anterior, baseia-se em um mecanismo de funcionamento segundo o qual todo o estoque de capital deve ser "repoupado" a cada período, uma vez que, por não apresentar nenhuma preocupação com o futuro, cada indivíduo consome tudo que lhe cabe da produção, não deixando nada às gerações sucessoras.

Contudo, um modelo de crescimento que não prevê heranças ou quaisquer outras formas de transferências intergeracionais parece contrariar tanto o senso comum quanto as estimativas correntes na literatura econômica.[16] Ambos deixam pouca margem à dúvida sobre a importância das transferências intergeracionais no processo de crescimento.

A partir deste capítulo, será relaxada a hipótese da *introversão*, como foi denominada anteriormente a característica que leva os agentes a desprezar inteiramente o futuro. Com isso, supõe-se a possibilidade de que os indivíduos deixem heranças positivas, que seriam, em última análise, a forma pela qual eles expressam preocupação com o futuro.

Serão introduzidas duas formas de tratamento do problema que permitem o surgimento de heranças positivas. A primeira delas é a incorporação do *altruísmo puro* na função de utilidade representativa das preferências dos agentes, *à la Barro*, que é o tema do presente capítulo. A outra é a introdução do *motivo herança absoluto*, como faz Martins (1995), que será discutido no próximo capítulo.

Os efeitos da previdência *Pay-as-You-Go* sobre uma economia na qual prevaleça o *altruísmo puro* são bem conhecidos e o resultado de *equivalência ricardiana* daí advindo, descrito primeiramente por Barro (1974), é

---

[16] Ver Kotlikoff & Summers (1981).

uma propriedade intrínseca aos modelos de vida infinita.

Nesse contexto, são três as motivações básicas deste capítulo. A primeira, formular o problema com *altruísmo puro* para, em seguida, comparar seus resultados com aqueles que surgem de modelos em que outras formas de altruísmo estão presentes, caracterizando assim o papel primordial que a especificação das funções de utilidade desempenha. A segunda, demonstrar a *equivalência ricardiana,* que aqui será mais detalhada do que o é nos livros-texto de macroeconomia. E, por fim, descrever as propriedades de funcionamento do modelo, pois ele será utilizado como padrão para simulações apresentadas nos capítulos posteriores.

Com esse intuito, o modelo de Barro (1974) é descrito na seção 3.1, na qual também é examinada a sua eficiência dinâmica. A seguir, na seção 3.2, formula-se um exemplo no qual são especificadas funções de produção e de utilidade particulares, a fim de se obter uma melhor compreensão do funcionamento do modelo. Na seção 3.3, demonstra-se o resultado de *equivalência ricardiana* apresentado no modelo, quando se considera a existência de previdência tipo *Pay-as-You-Go*. As conclusões são apresentadas na seção 3.4.

3.1 Modelo de *Barro*

Altruísmo, no âmbito dos modelos OLG, é uma atitude que leva os agentes a se preocupar, de alguma maneira, com outros indivíduos. Tal atitude, quando direcionada a membros de outras gerações, pode implicar ligações que alteram de forma decisiva o comportamento do modelo. Marcante é o fato de as diferenças entre concepções filosóficas que sustentam a incorporação do *altruísmo* aos modelos se refletirem nos seus resultados, como poderá ser observado neste capítulo e no próximo. Aqui trataremos do chamado *altruísmo puro*, no qual os membros de uma geração se preocupam com os da geração sucessora e incorporam a *utilidade* desses indivíduos à sua própria função de utilidade. Poder-se-ia então descrever a utilidade típica de um indivíduo da geração *t* pela seguinte função:[17]

$$V_t = U[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1} U[c_t(t+1)] + (1+R)^{-1} V_{t+1} \qquad (3.1)$$

onde V_t é a função de utilidade do indivíduo da geração t, $c_t(t)$ e $c_t(t+1)$ são os consumos *per capita* dos membros dessa geração no primeiro e no segundo período de suas vidas, respectivamente; ρ é a taxa de desconto intertemporal dos agentes e R é a taxa pela qual os agentes descontam a utilidade da geração futura. V_{t+1} é a função de utilidade da próxima geração. Mas:

$$\begin{aligned}
V_{t+1} &= U(c_{t+1}(t+1)) + (1+\rho)^{-1} U(c_{t+1}(t+2)) + (1+R)^{-1} V_{t+2} \\
V_{t+2} &= U(c_{t+2}(t+1)) + (1+\rho)^{-1} U(c_{t+2}(t+2)) + (1+R)^{-1} V_{t+3} \\
&\vdots \\
V_{t+T} &= U(c_{t+T}(t+1)) + (1+\rho)^{-1} U(c_{t+T}(t+2)) + (1+R)^{-1} V_{t+T}
\end{aligned}$$

Resolvendo-se recursivamente, obtém-se:

$$V_t = U[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1} U[c_t(t+1)] + (1+R)^{-1} U[c_{t+1}(t+1)] + (1+R)^{-1}(1+\rho)^{-1} U[c_{t+1}(t+2)] + \ldots \qquad (3.2)$$

que passa a ser a função objetivo do problema. Vale a pena lembrar que R, a taxa de desconto do consumo das próximas gerações, passa a ser a taxa de desconto intertemporal relevante – aqui ela é a taxa pela qual os agentes descontarão o *futuro*. Um fato de destaque nessa formulação é o de que, quando R tende para o infinito, os agentes do modelo passam a ser idênticos aos indivíduos tipo *Diamond*.

As restrições são as seguintes:

$$c_t(t) + s_t = w_t - \frac{b_t}{(1+\hbar)}$$

---

[17] Essa função de utilidade recursiva foi introduzida primeiramente por Koopmans, conforme Mas-Colell *et alii* (1995). Contudo, sua utilização em modelos de crescimento é devida a Robert Barro.

$$c_t(t+1) + b_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t$$

$$c_{t+1}(t+1) + s_{t+1} = w_{t+1} + \frac{b_{t+1}}{(1+\hbar)}$$

A primeira restrição diz que a soma do consumo de um indivíduo da geração t quando jovem $c_t(t)$ mais a poupança por ele acumulada nesse período s_t deverá igualar-se ao que ele auferir a título de salários w_t mais o que ele receber a título de herança b_t no final do período t. A herança é dividida por $(1+\hbar)$, pois a população cresce à taxa $\hbar$. Dessa forma, se cada indivíduo da geração $t-1$ deixar uma unidade de herança, os indivíduos da geração t receberão $1/(1+\hbar)$ unidades cada um.

A segunda restrição expressa a relação de igualdade que deve ocorrer entre a soma do consumo de um membro da geração t quando velho, $c_t(t+1)$, e a herança que ele deixará, b_{t+1}, com a soma da poupança por ele acumulada, s_t, e seus rendimentos, $r_{t+1}s_t$.

As restrições seguintes são repetições alternadas das duas primeiras, em que são consideradas as próximas gerações. Estas são utilizadas no problema de maximização do indivíduo da geração t, porque, como sua utilidade depende das utilidades das gerações futuras e como ele poderá influenciar tais utilidades por meio da escolha b_{t+1}, tais restrições devem ser consideradas. O problema pode ser, então, descrito como:

$$\begin{cases} \underset{s_t,\ b_{t+1}}{Max}: V_t = U[c_t(t)] + (1+\delta)^{-1}U[c_t(t+1)] + (1+R)^{-1}U[c_{t+1}(t+1)] + (1+R)^{-1}(1+\delta)^{-1}U[c_{t+1}(t+2)] + \cdots \\ Suj: \quad c_t(t) + s_t = w_t + \dfrac{b_t}{(1+\hbar)} \\ \qquad\quad c_t(t+1) + b_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t \\ \qquad\quad c_{t+1}(t+1) + s_{t+1} = w_{t+1} + \dfrac{b_{t+1}}{(1+\hbar)} \\ \qquad\qquad \vdots \end{cases}$$

As condições de primeira ordem são as seguintes:

$$U_1'[w_t - \frac{b_t}{(1+\hbar)} - s_t] = (1+\rho)^{-1}(1+r_{t+1})U_2'[w_{t+1} - \frac{b_{t+1}}{(1+\hbar)} - s_{t+1}] \qquad (3.2)$$

$$(1+\rho)^{-1} U_2'[(1+r_{t+1})s_t + b_{t+1}] = (1+R)^{-1}(1+\hbar)^{-1} U_1'[w_{t+1} - \frac{b_{t+1}}{(1+\hbar)} - s_{t+1}] \qquad (3.3)$$

Considerando-se as equações (3.2) e (3.3) no *steady state*, e tomando-se, como no capítulo anterior, o mercado de fatores competitivo, pode-se escrever:

$$1 + f'(k^*) = (1+R)(1+\hbar) \qquad (3.4)$$

que é a *Regra de Ouro Modificada* que surge dos modelos de vida infinita, sendo também o critério de eficiência dinâmica desse tipo de modelo.

Mais uma vez, a forma para se comprovar mais precisamente a eficiência dinâmica no modelo com *altruísmo puro* é incluir a presença de um planejador central representativo. A diferença é que, agora, por ser suposto representativo, esse ditador deverá considerar o desconto social das utilidades das gerações futuras. Em termos práticos, o problema seria o mesmo do planejador no modelo do *Diamond*, substituindo-se *P*, que é a taxa de desconto das utilidades das gerações futuras percebida pelo planejador central, pela taxa de desconto efetiva dos agentes, *R*. Nesse caso, as condições de primeira ordem podem ser descritas por:

$$U'[c_t(t)] = (1+\hbar)(1+R)(1+\rho)^{-1}U'[c_{t+1}(t)] \qquad (3.5)$$

$$U'[c_t(t)] = (1+\hbar)(1+R)\left[1+f'(k_t)\right]^{-1}U'[c_{t+1}(t+1)] \qquad (3.6)$$

Considerando-se mais uma vez o *steady state***, a equação (3.6) é correspondente à (3.4), o que comprova que, se o planejador central for representativo, as suas escolhas equivalerão àquelas definidas na economia descentralizada, indicando que o modelo é dinamicamente eficiente.**

A dinâmica da economia descentralizada é regida pelas equações (3.2) e (3.3). Diversamente do modelo de *Diamond***, nesse caso são necessárias duas condições para que o problema possa ser solucionado.**

3.2 Acumulação de Capital e Equivalência Ricardiana com Previdência *PAYG*

No modelo tipo *Diamond***, cada tipo de previdência tem conseqüências distintas sobre a acumulação de capital. No sistema** *Fully Funded,* **o fato de os agentes encararem a previdência como uma parte de suas poupanças leva-os a compensar aumentos na taxa de contribuição da primeira por meio de diminuições no nível de poupança voluntária. Dessa forma, a previdência tipo** *Fully Funded é* **neutra quanto à acumulação de capital. Por esse motivo, apenas o sistema** *Pay-as-You-Go* **será discutido daqui em diante.**

Como foi visto no capítulo anterior, seu funcionamento em modelos tipo *Diamond* **acarreta um decréscimo na acumulação de capital, decréscimo que poderia levar o sistema econômico de uma situação de** *sobreacumulação* **à eficiência dinâmica. Mas o que ocorrerá se tal esquema previdenciário for instaurado em uma economia em que prevalece o** *à la Barro***? Para responder, o problema deve ser reformulado de modo a incluir a previdência nas restrições dos agentes. Assim pode-se dizer que, no caso, os agentes buscam:**

$$\begin{cases} \underset{c_t,\ c_{t+1}}{Max}: V_t = U[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1}U[c_t(t+1)] + (1+R)^{-1}U[c_{t+1}(t+1)] + \cdots \\ Suj: \quad c_t(t) + s_t + d = w_t + \dfrac{b_t}{(1+\hbar)} \\ \qquad\quad c_t(t+1) + b_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t + (1+\hbar)d \\ \qquad\quad c_{t+1}(t+1) + s_{t+1} + d = w_{t+1} + \dfrac{b_{t+1}}{(1+\hbar)} \end{cases}$$

onde d é a taxa de imposto previdenciário determinada pelo governo e suposta constante. As condições de primeira ordem são:

$$U_1'\left[w_t + \frac{b_t}{(1+\hbar)} - s_t - d\right] = (1+\rho)^{-1}(1+r_{t+1})U_2'\left[(1+r_{t+1})s_t + (1+\hbar)d - b_{t+1}\right]$$

(3.7)

$$(1+\rho)^{-1}U_2'\left[(1+r_{t+1})s_t + (1+\hbar)d - b_{t+1}\right] = (1+R)^{-1}(1+\hbar)^{-1}U_1'\left[w_{t+1} + \frac{b_{t+1}}{(1+\hbar)} - s_{t+1} - d\right]$$

(3.8)

Se em (3.8) for considerada a diferencial $\partial b_{t+1}/\partial d$, poderá ser avaliado o efeito que um aumento marginal da carga de tributos previdenciários provocará sobre a transmissão de heranças. Assim:

$$-(1+\rho)^{-1}U_2''\left[1+\hbar - \frac{\partial b_{t+1}}{\partial d_t}\right] + (1+R)^{-1}(1+\hbar)^{-1}U_1''\left[(1+\hbar)^{-1}\frac{\partial b_{t+1}}{\partial d_t} - 1\right] = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial b_{t+1}}{\partial d_t} = \frac{(1+R)^{-1}(1+\hbar)^{-1}U_1'' + (1+\rho)^{-1}(1+\hbar)U_2''}{(1+R)^{-1}(1+\hbar)^{-2}U_1'' + (1+\rho)^{-1}U''_2} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial b_{t+1}}{\partial d_t} = 1+\hbar$$

Isso implica que qualquer elevação marginal na taxa de desconto previdenciário ocasionará um aumento na herança que o agente deixará aos seus descendentes, aumento ($1+\hbar$) vezes maior que o acréscimo do encargo previdenciário. Ora, como as gerações crescem à taxa $\hbar$, isso significa que o incremento nas heranças será justamente o suficiente para compensar a próxima geração do aumento da taxa de previdência. Em suma, *qualquer benefício adicional que for auferido pelos indivíduos da geração mais antiga será devolvido sob a forma de herança para a geração mais nova*. Assim a ação do governo (aumento da previdência) será totalmente compensada pelas ações dos agentes privados (aumento das heranças). Dessa forma, o governo não poderia intervir nem na formação de poupança nem na acumulação de capital por meio da taxa previdenciária. Observe-se que tal conclusão é independente de *R*, bem como de .

Esse resultado é mais uma manifestação da chamada *equivalência ricardiana*, que é definida por Robert Barro como se segue:

"The key result here is that, so long as there is an operative intergeracional transfer (in the sense of an interior solution for the amount of bequest or gift across generations), there will be no net—wealth effect and, hence, no effect on aggregate demand or on interest rates of a marginal change in government debt. This result does not hinge on current generations´ weighing the consumption or utility of future generations in any sense on as equal basis with own consumption, nor does it depend on current generations´ placing any direct weight at all on the consumption or utility of any future generation other than the immediate descendant. Current generations act effectively as though they were infinite-lived when they are connected to future generations by a chain of operative intergenerational transfer.

The analisys then shows that social security payments are analogous to changes in government debts. Marginal changes in this type (or other types) of imposed intergenerational transfer have no real effects when current and futures generations are already connected by a chain of operative discretionary transfers." [Barro (1974), p. 1097].

Portanto, apesar de ser este um modelo discreto e com agentes de vida finita, tem as mesmas propriedades, no que tange à *equivalência ricardiana*, dos modelos contínuos e com agentes de vida infinita.

4 PREVIDÊNCIA NO MODELO DE MARTINS

Embora o chamado *motivo herança puro* seja predominante na explicação das transferências intergeracionais, existem outras formas de tratar o problema. Essas alternativas não só expressam a possibilidade de se modelar esse fenômeno de outras maneiras, como também revelam formas diversas de encará-lo conceitualmente.

Neste capítulo, será introduzido o *motivo herança absoluto*, conforme utilizado por Martins (1995), ou seja, forma de ligação intergeracional, na qual os indivíduos incorporam, na sua função de utilidade, não a utilidade de seus descendentes, mas a herança total para eles deixada. Essa alteração na forma de se encarar a motivação das heranças será operacionalizada e suas implicações sobre a acumulação de capital e sobre a eficiência dinâmica do equilíbrio atingido serão discutidas em um cenário em que prevalece um esquema previdenciário do tipo PAYG.

Nas formulações *à la Barro*, a existência de ligações intergeracionais implica tanto a formação de heranças quanto a neutralidade das políticas públicas, enquanto nos modelos tipo *Diamond*, obtém-se a não-neutralidade, mas ao custo de se desprezarem as heranças. A introdução do *motivo herança absoluto à la Martins* é interessante posto que, a partir dela, resultados intermediários são atingidos. Em suma, obtêm-se proposições de não-neutralidade em um sistema no qual ocorrem transferências intergeracionais.

A introdução de heranças diretamente na função de utilidade dos agentes tem sido justificada de várias maneiras. Contudo, as aplicações do chamado *altruísmo impuro* destinaram-se a tratamento de problemas diferentes daquele que é objeto deste trabalho. O conteúdo conceitual nelas embutido também é diverso. A primeira delas associa as heranças a algum tipo de influência que os agentes querem exercer sobre seus sucessores. Esse tipo de motivação tem sido batizado com diversos nomes: Bernheim, Shleifer e Summers (1985) denominam-no *strategic bequest motive;* Andreoni (1989), *warm glow giving;* enquanto outros preferem *altruísmo impuro*, ou *joy-of-giving.*[18] Todos eles, no entanto, têm um princípio em

[18] Ver Blanchard & Fischer (1989), capítulo 3.

comum: descrevem a herança a ser deixada como *pagamento* a indivíduos da geração sucessora por serviços prestados ao doador. Dessa forma, mesmo a atenção, o carinho ou respeito de um indivíduo jovem por outro velho poderiam ser motivados por estímulos financeiros adequados. Tais estímulos seriam materializados sob a perspectiva de renda futura, obtida por meio das heranças.

Outra forma de se descrever o problema é admitir que as heranças são simplesmente acidentais. Supondo-se que os indivíduos sejam avessos ao risco e que a data de sua morte seja incerta, eles tenderiam a acumular poupanças maiores do que o nível ótimo associado aos seus períodos médios de vida. Isto é, os indivíduos superestimariam suas poupanças de modo a não sofrer privações caso vivessem mais do que a média. Assim, os indivíduos, agregadamente, deixariam alguma *sobra* quando morressem, e quanto maior o grau de aversão ao risco, maior seriam as transferências intergeracionais. O problema dessa abordagem é que a existência de mercados de capitais capazes de prover seguros adequados aos indivíduos poderia tornar nulo o efeito da incerteza sobre o comportamento dos indivíduos, trazendo o problema de volta para o modelo de *Diamond.*

O presente capítulo acolhe a abordagem de Martins (1995) sobre o problema. Segundo essa, os agentes incorporariam o valor das heranças nas respectivas funções de utilidade, não por atinar com objetivos estratégicos, mas por *valorizar o futuro*. Assim, haveria uma motivação intrínseca de cada agente em participar do crescimento que ocorrerá após sua morte, ocorrendo essa participação por meio do legado deixado sob a forma de heranças.

A seção 4.1 discute a intuição subjacente à valorização do futuro pelos indivíduos. A seção 4.2 especifica o modelo, apresentando em seguida o seu desenvolvimento, que é exemplificado na seção 4.3. A seção 4.4 examina as repercussões da previdência *Pay-as-You-Go* sobre a acumulação de capital no modelo, disso resultando a conclusão da seção 4.5.

4.1 Altruísmo Impuro?

As interpretações associadas à inclusão do montante total de herança deixada por um indivíduo em sua escala de preferências vêm, na maioria das vezes, justificando a nomenclatura usual que denomina essa família de modelos como a de *altruísmo impuro*. Seja para influenciar o comportamento dos descendentes, seja por resultar de uma superestimação do montante de recursos necessários para o sustento na velhice, as heranças e outros tipos de doações intergeracionais têm sido vislumbrados, nesses modelos, como instrumentos para a consecução de objetivos meramente associados ao bem-estar do doador.

Aqui será considerado que os agentes teriam um impulso natural à acumulação.[19] Assim, o simples ato de poupar capital e legá-lo às gerações futuras já estaria incluído na escala de preferências dos indivíduos. Para o autor, essa seria a forma pela qual os indivíduos poderiam projetar-se no futuro, participando dele por meio da contribuição deixada para o desenvolvimento da sociedade.

Sob o aspecto lógico do modelo, a herança doada funciona como um elo de ligação entre o indivíduo existente em um período *t* qualquer e o futuro. Isso, como será visto adiante, tem implicações decisivas sobre o funcionamento do modelo, em especial no que se refere à acumulação de capital de longo prazo e à neutralidade da previdência social por repartição.

Vale notar que o modelo com *motivo herança absoluto*, como nomeado por Martins (1995),[20] embora faça parte do elenco de modelos dinâmicos de crescimento, difere de forma fundamental tanto do mo-

[19] "S*o, this paper...takes the act of capital accumulation as inherent to human societies*". Ver Martins (1995).

[20] Na verdade, Martins (1995) atribui a Hoover (1988) essa nomenclatura.

delo de *Diamond*, no qual os indivíduos são introvertidos, quanto das formulações tipo *Barro,* segundo as quais os agentes se preocupam de forma restrita com o futuro, por valorizar apenas o bem-estar de sua prole. No modelo de *Martins*, o futuro é valorizado de forma integral pelos agentes, como se eles legassem heranças à humanidade e não exclusivamente aos próprios descendentes.

Contudo, o modelo não descarta a abordagem de vida infinita. Mesmo considerando os agentes imortais, seus ciclos de planejamento seriam finitos, de sorte que as decisões de consumo e poupança pudessem ser reformuladas ao final de cada ciclo. Nesse caso, é como se os agentes estivessem deixando heranças para si próprios, de tal forma que no próximo *ciclo de planejamento* dispusessem de uma dotação inicial. Não obstante o fato de que essa abordagem produziria um resultado dominado por aquele obtido a partir dos modelos de vida infinita, ela lida com o fato de que, em determinadas condições, é razoável ou até mesmo imprescindível a consideração de ciclos de planejamentos finitos.

4.2 Modelo de *Martins*

Como já foi mencionado, a diferença entre os modelos de *Barro* e de *Martins* está no fato de que, naquele, a preocupação dos membros de uma geração com o bem-estar de seus descendentes é modelada pela inclusão na sua escala de preferências na função, e neste, o montante total de herança deixada é valorizado diretamente na função de utilidade dos agentes. Expressando o problema matematicamente, tem-se que:

$$\begin{cases} \underset{s_t,\ b_{t+1}}{Max} : U_t = U[c_t(t)] + (1+\square)^{-1} U[c_t(t+1)] + \square U[b_{t+1}] \\ Suj: c_t(t) + s_t = w_t + \dfrac{b_t}{(1+\hbar)} \\ \qquad c_t(t+1) + b_{t+1} = (1+r_{t+1}) s_t \end{cases}$$

Em suma, os agentes escolhem o nível de poupança e de heranças que irão deixar de forma a maximizar a sua função de utilidade, na qual são valorizados o consumo de primeiro período, e o consumo de segundo período é devidamente descontado pela taxa de desconto intertemporal e o montante deixado de herança para o futuro. Este último é valorizado pela constante β que exprime o grau de preferência dos indivíduos pelo futuro. Quanto maior β, maior será a utilidade do legado doado.

As condições de primeira ordem do problema são expressas por:

$$-U'[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1}(1+r_{t+1})U'[c_t(t+1)] = 0 \qquad (4.1)$$

$$-(1+\rho)^{-1}U'[c_t(t+1)] + \beta U'[b_{t+1}] = 0 \qquad (4.2)$$

então:

$$\frac{U'[c_t(t)]}{\beta U'[b_{t+1}]} = (1+r_{t+1}) \qquad (4.3)$$

Ou seja, o quociente entre a utilidade marginal do consumo de 1° período e a da herança deve ser igual ao retorno do capital. A solução do problema leva às seguintes funções:

$$s_t = s(w_t, r_{t+1}, b_t)$$

$$b_{t+1} = b(w_t, r_{t+1}, b_t)$$

Quando é levada em conta a segunda restrição do problema, as condições de equilíbrio do mercado de produto, isto é, $s_t = (1+n)\,k_{t+1}$, e do mercado de fatores, ou seja,

$r_t = f'(k_t)$ e $w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$, chega-se a:

$$k_{t+1} = \frac{s(f(k_t) - k_t f`(k_t), f'(k_{t+1}), b_t))}{1+n} \qquad (4.4)$$

$$b_{t+1} = b(f(k_t) - k_t f`(k_t), f'(k_{t+1}), b_t) \qquad (4.5)$$

Diferentemente do modelo de *Barro*, aqui a solução, obtida a partir do sistema de equações formado por (4.4) e (4.5), fornecerá uma trajetória de crescimento do estoque de capital *per capita*, na qual k_{t+1} depende somente de k_t.

4.3 Motivo Herança Absoluto e Previdência

Ao iniciar esta seção, é importante ressaltar mais uma vez que, como a previdência *Fully Funded* não afeta a acumulação de poupança, posto que nesse sistema as contribuições previdenciárias se confundam com a poupança, mais uma vez ele será deixado de lado.

Entretanto, a inclusão de um sistema previdenciário tipo *Pay-as-You-Go* no modelo de *Martins* provoca resultados diferentes daqueles obtidos pela instauração desse tipo de redistribuição institucional nos modelos anteriormente estudados.

Inicialmente, constata-se que a *equivalência ricardiana* não vigora nesse tipo de formulação e que a existência de previdência por repartição causa uma redução no estoque de capital de *steady state*. Esses dois efeitos a diferenciam do modelo de *Barro*. Ademais, a existência de heranças e o seu incremento na presença de esquemas previdenciários PAYG também tornam esse tipo de modelo diferente daqueles *à la Diamond*. Para explicitar essas diferenças, um novo problema deve ser montado com as restrições adequadas:

$$\begin{cases} \underset{s_t,\ b_{t+1}}{Max} : U_t = U[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1} U[c_t(t+1)] + \gamma U[b_{t+1}] \\ St: c_t(t) + s_t + d_t = w_t + \dfrac{b_t}{(1+\hbar)} \\ \quad c_t(t+1) + b_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t + (1+\hbar)\, d_{t+1} \end{cases}$$

Aqui as condições de primeira ordem podem ser descritas por:

$$-U_1'[w_t - \frac{b_t}{(1+\hbar)} - s_t - d_t] + (1+\rho)^{-1}(1+r_{t+1})U_2'[(1+r_{t+1})s_t + (1+\hbar)\,d_{t+1} - b_{t+1}] = 0$$

(4.6)

$$-(1+\rho)^{-1}\,U_2'[(1+r_{t+1})s_t + (1+\hbar)\,d_{t+1} - b_{t+1}] + \phi\,U_3'[b_{t+1}] = 0 \quad \textbf{(4.7)}$$

Se houver um aumento da taxa previdenciária no período *t+1*, os indivíduos da geração *t*, que já pagaram sua cota no período *t*, terão os seus recebimentos (*1+ħ*)*d* $_{t+1}$ ampliados, sem a contrapartida de uma contribuição maior. Para calcular o efeito dessa modificação de alíquota sobre as heranças deixadas, deve-se diferenciar em (4.6), b_{t+1} **em relação a** d_{t+1}**. Assim:**

$$(1+\rho)^{-1}\left[(1+\hbar) - \frac{\partial b_{t+1}}{\partial d_{t+1}}\right]U_2'' - \phi\,U_3''\frac{\partial b_{t+1}}{\partial d_{t+1}} = 0$$

$$\frac{\partial b_{t+1}}{\partial d_{t+1}} = (1+\hbar)\frac{U_2''}{U_2'' + \phi\,(1+\rho)U_3''} \qquad \textbf{(4.8)}$$

Como: $\phi(1+\rho) > 0$ **e a suposição de normalidade para os consumos e para a doação de heranças leva a utilidades marginais decrescentes, então pode-se afirmar que:**

$$0 < \frac{\partial b_{t+1}}{\partial d_{t+1}} < (1+\hbar)$$

Isso significa que as heranças são ampliadas, mas em montante insuficiente para compensar o aumento da taxação previdenciária, pois supor que cada indivíduo da geração *t—1* terá um aumento de uma unidade no seu benefício previdenciário é supor que cada indivíduo da geração *t* sofrerá um acréscimo de (*1+ħ*) unidades em sua contribuição.

Dessa forma, fica claro que a *equivalência ricardiana* **não vigora no caso, pois a ação do governo, representada por um aumento nas alíquotas de previdência, será compensada apenas parcialmente pelos agentes privados.**

Para averiguar o efeito da previdência por repartição na acumulação de capital, deve-se considerar a equação (4.3). Se esta for tomada em *steady state* **e o desconto previdenciário for constante, então o efeito de uma variação marginal deste sobre o nível de poupança poderia ser descrito por:**

$$U'\left(w_t - \frac{b_t}{(1+\hbar)} - s_t - d\right) = \beta(1+r_{t+1})U'[(1+r_{t+1})s_t + (1+\hbar)d + c_t(t+1)]$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial s_t}{\partial d} = -\frac{U_1'' + \beta(1+r_{t+1})(1+\hbar)U_3''}{U_1'' + \beta(1+r_{t+1})^2 U_3''}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial k_{t+1}}{\partial d} = -\left(\frac{1}{1+\hbar}\right)\left[\frac{U_1'' + \beta(1+r_{t+1})(1+\hbar)U_3''}{U_1'' + \beta(1+r_{t+1})^2 U_3''}\right]$$

Logo, o efeito sobre a acumulação de capital é mais uma vez depressivo quando o sistema econômico está funcionando sob um regime de previdência por repartição. Como no caso do modelo *Diamond*, **a proporcionalidade entre a variação na taxa de previdência e a do nível de poupança será determinada pela relação entre a produtividade marginal do capital e a taxa de crescimento populacional. Se a primeira for maior que a segunda, alterações no desconto previdenciário acarretarão diminuições menos que proporcionais na poupança; caso contrário, incrementos na taxa de previdência causarão quedas mais do que proporcionais no nível de poupança.**

5 SIMULAÇÕES

Neste capítulo, serão simulados os três modelos discutidos nos capítulos anteriores. Em dois deles, será incorporado o funcionamento da previdência tipo *Pay-as-You-Go*. **Para tanto, serão especificadas as funções de utilidade dos agentes em cada um dos casos, bem como a função de produção que descreve a tecnologia disponível na economia. A utilização de funções tipo** *Cobb—Douglas*, **em ambos os casos, deve-se ao tratamento matemático relativamente simples que essa família de funções requer, associado às suas características de concavidade e monotonicidade crescente.**

Os parâmetros foram escolhidos de modo a permitir que as simulações guardem, ainda que estilizadamente, alguma relação com a economia real. Aqueles parâmetros que participam de mais de um modelo foram mantidos em benefício da comparação entre eles. Não se procedeu à estimativa de nenhum parâmetro; eles foram escolhidos ou de acordo com a literatura disponível ou arbitrariamente. Serão apresentados também os métodos numéricos e computacionais utilizados na consecução das simulações.

O objetivo do exercício é melhor descrever o funcionamento de cada um dos modelos apreciados, bem como estabelecer os pontos de ligação e as diferenças entre eles, em especial no que diz respeito ao funcionamento da previdência social tipo *Pay-as-You-Go* **e suas repercussões sobre a acumulação de capital e sobre o bem-estar dos indivíduos.**

O método básico para a realização das simulações dos modelos tipo *Diamond* **está descrito em Auerbach & Kotlikoff (1987). Ainda a respeito dessa família de modelos, Corsetti & Schimdt—Hebbel (1994) realizaram simulações para o caso chileno e concluíram que se poderia esperar um incremento substancial nas taxas de crescimento econômico de longo prazo, provocado pela refor-**

ma do sistema previdenciário daquele país.[21] **Já Barreto & Oliveira (1995), em estimativas preliminares para o Brasil, apontam para uma maior eficiência do sistema** *Fully—Funded* **em termos da relação contribuição-benefício.**

Simulações do modelo de *Martins* **podem ser encontradas em Martins (1994) e (1995), as quais são utilizadas para estudar o comportamento de variáveis reais e nominais do sistema econômico. No caso dos modelos com** *motivo herança puro***, Barro & Sala-i-Martin (1995) realizam simulações com um modelo contínuo, sem contudo resolver diretamente o sistema de equações diferenciais dele originada. Ao invés disso, os autores optam por uma solução aproximada a partir da log-linearização deste e da análise subseqüente de suas propriedades na vizinhança do equilíbrio estacionário.**

A seção 5.1 deste capítulo inicia as simulações propriamente ditas com o modelo de *Barro***, que será então utilizado como padrão de comparação para os exercícios subseqüentes. Nesse caso, a simulação será realizada por meio de um modelo contínuo, de resolução mais simples, sem que, contudo, sejam sacrificadas as suas características fundamentais. Cabe destacar que, diversamente de Barro & Sala-i-Martin (1995), será apresentada aqui a solução para toda a trajetória das variáveis.**

A seguir, na seção 5.2, serão efetuadas simulações do modelo de *Martins***. Dois serão os casos abordados: no primeiro, a economia é desprovida de sistema previdenciário; no segundo, considera-se o funcionamento da previdência tipo** *Pay-as-You-Go***. A partir dele, serão gerados outros modelos específicos. O primeiro deles, sem consumo de segundo período, estará apto a ser comparado com o modelo de** *motivo herança puro;* **e o segundo, no qual será suprimida a preocupação dos agentes com o futuro por**

[21] **Como se sabe, no Chile a previdência migrou do sistema** *Pay-as-You-Go* **para o sistema** *Fully-Funded***, que, no modelo de** *Diamond***, é neutro quanto à acumulação de capital (ver capítulo 2).**

meio da anulação do parâmetro , reaplicará o modelo de *Diamond*.

Na seção 5.3, será discutido o efeito da previdência sobre o bem-estar, no âmbito do modelo de *Martins*. A análise buscará complementar a abordagem precedente sobre acumulação de capital. Nesse contexto, será discutida a possibilidade de existência da *previdência social ótima*. A seção 5.4 apresentará as conclusões obtidas a partir dos desenvolvimentos.

5.1 Simulações do Modelo de *Barro*

Foi visto na seção 3.2, mesmo no caso em que o modelo de *Barro* é especificado da forma mais simples, que a trajetória do estoque de capital *per capita* é descrita por uma equação a diferenças de resolução extremamente complexa.[22] Não obstante, a primeira simulação realizada neste capítulo terá como objeto essa formulação. Para tal, são duas as principais motivações. Na primeira — ao reconhecer que o modelo OLG com *motivo herança puro* corresponde ao modelo de vida infinita,[23] que, por sua vez, é considerado um paradigma da ciência econômica atual — infere-se que o contraste com outros modelos é uma forma útil de comparar as capacidades de acumulação destes contra um modelo de vida infinita.

Na segunda merece destaque a técnica que será utilizada na simulação. Utilizando mais uma vez a correspondência entre os problemas de vida finita e infinita, o modelo é resolvido no segundo caso, ou seja, na versão contínua do problema. Vale ressaltar que, diversamente do realizado por Barro & Sala-i-Martin (1995), que log-linearizam as equações diferenciais que fornecem as trajetórias das variáveis e as examinam na vizinhança

---

[22] Na verdade, o autor não tem condições de afirmar se aquela equação tem solução analítica.

[23] Para mais detalhes sobre a correspondência entre o modelo contínuo de *Ramsey* e o modelo com função de utilidade recursiva, ver Mas—Colell *et alii* (1995), capítulo 20.

do *steady state*, aqui se procederá, com apoio computacional, à resolução completa de tais equações, de tal forma que será possível estabelecer todo o percurso das variáveis até o equilíbrio estacionário.[24] Com esse intuito, o problema é descrito como se segue, já levando em conta as funções de utilidade e produção específicas:[25]

$$\begin{cases} Max: \int_0^{\infty} \log[c(\tau)] e^{-R\tau} d\tau \\ Suj: \dot{k} = k(t)^{\mapsto} - c(t) - \hbar k(t) \end{cases}$$

onde $f[k(t)] = k(t)^{\mapsto}$ e $U[c(t)] = \log[c(t)]e^{-Rt}$ são, respectivamente, as versões contínuas da função de produção e da função de utilidade dos indivíduos.

Deve ser reconhecido que a utilização de R como taxa de desconto intertemporal significa uma pequena diferença em relação ao resultado do modelo com vida finita, uma vez que a taxa de desconto do consumo do segundo período [illegible] está sendo desprezada. Este é um problema de programação dinâmica que pode ser resolvido pela estruturação do seguinte hamiltoniano:

$$H(t) = e^{-Rt} \log[c(t)] + \mp(t)[k(t)^{\mapsto} - c(t) - \hbar k(t)] \quad (5.1)$$

cujas condições de máximo resultam nas seguintes equações:

$$\frac{\partial \ell(t)}{\partial t} = \ell(t)(R + \hbar - \mapsto k^{\mapsto - 1}) \quad (5.2)$$

$$\ell(t) = \frac{1}{c(t)} \quad (5.3)$$

---

[24] Na verdade, nesse modelo as variáveis não atingem o *steady state*, mas se aproximam assintoticamente dele.

[25] Essa formulação é conhecida na literatura como *problema de Ramsey*.

onde $\ell(t) \square \mp(t)e^{Rt}$**. Como, a partir da restrição, sabe-se que** $c(t) \square k(t)^{\mapsto} \square \hbar k(t)$**, resulta a seguinte equação diferencial:**

$$\frac{\square k(t)}{\square t} \square \frac{\mapsto k(t)^{2\mapsto\square 1} \square [R \square \hbar(1 \square \mapsto)]k(t)^{\mapsto} \square \hbar(\hbar \square R)k(t)}{\mapsto k(t)^{\mapsto\square 1} \square \hbar} \qquad (5.4)$$

A resolução dessa equação fornece a trajetória do estoque de capital *per capita* **em função do tempo. Além disso, mesmo sem resolvê-la, é possível determinar por seu intermédio o nível de capital** *per capita* **de** *steady state*. **Para tanto, basta lembrar que, em equilíbrio** $\square k(t)/\square t \square 0$**,**

$$\square \quad k^* \square \left(\frac{\mapsto}{R \square \hbar}\right)^{\frac{1}{1\square\mapsto}} \qquad (5.5)$$

onde k^* **é o estoque de capital** *per capita* **de equilíbrio. Esse resultado é exatamente o mesmo daquele obtido no exemplo da seção (3.2).**

Voltando à equação (5.4), constata-se que ela é uma equação diferencial de variáveis separáveis. Então a sua resolução se dá como se segue:

$$\square \frac{\mapsto k(t)^{\mapsto\square 1} \square \hbar}{\mapsto k(t)^{2\mapsto\square 1} \square [R \square \hbar(1 \square \mapsto)]k(t)^{\mapsto} \square \hbar(\hbar \square R)k(t)} dk \square \square dt \square A$$

onde A **é uma constante.**

Para se proceder à integração do membro do lado esquerdo da igualdade, utilizou-se o programa *Mathcad 5.0 Plus*. **Obteve-se então a seguinte equação:**

$$\frac{\mapsto \ln[\hbar k(t) \square k(t)^{\mapsto}]}{\mapsto \hbar \square (\hbar \square R)} \square \frac{\mapsto \ln[k(t)]}{(\mapsto \square 1)(\hbar \square R)} \square \frac{\mapsto R \ln[\mapsto k(t)^{\mapsto} \square (\hbar \square R)k(t)]}{\hbar[R(\mapsto^2 \square 3\mapsto) \square \hbar(\mapsto^2 \square 2\mapsto)] \square \mapsto R^2 \square (n \square R)^2} \square Bt$$

(5.6)

onde B **é também uma constante.**

Para traçar a trajetória de k **em função do tempo, deve-se então apelar para o cálculo numérico. São arbitrados valores seqüenciais para** t **e, utilizando-se recursos computacionais,**[26] **encontram-se valores de** k **tais que a equação (5.6) seja satisfeita para valor de** t**. Esses pares são então tabulados, obtendo-se a trajetória de convergência para o** *steady state***.**

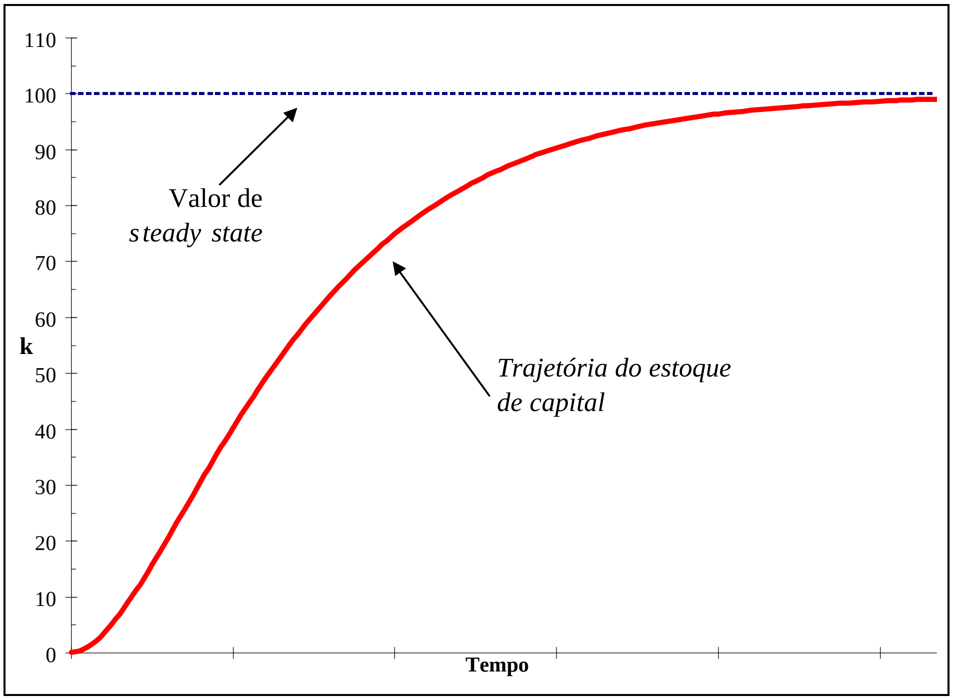
Foram estabelecidos os seguintes parâmetros como base: capital inicial, $k_0 = 0{,}01$**, taxa de desconto das utilidades das gerações futuras,** $R = 0{,}05$**, taxa de crescimento populacional,** $\hbar = 0$ **e proporção da renda destinada ao fator capital (***capital share***),** $\mapsto = 0{,}5$**. O valor de** *steady state* **para o estoque de capital** *per capita* **pode ser calculado a partir da equação (5.5). Esse atinge** $k^* = 100$**.**[27] **A figura 5.1 representa a trajetória dessa variável em direção ao equilíbrio estacionário.**

Está claro, pelo desenvolvido no capítulo 3 — em especial na seção 3.3 —, que a inclusão de previdência tipo *Pay-as-You-Go* **não altera os resultados do modelo. Portanto, a figura 5.1 representa também a trajetória do estoque de capital** *per capita* **na presença desse esquema previdenciário. Ou seja, é como se não houvesse previdência.**

Figura 5.1
Trajetória do Estoque de Capital *per Capita*
em Direção ao *Steady State***. Modelo** *Barro*

[26] **Nas simulações contidas neste trabalho, utilizou-se especificamente o recurso** *Atingir Meta* **do programa Excel 7.0.**

[27] **O resultado não é simples coincidência, uma vez que os parâmetros foram calibrados para que isso ocorresse.**



Nota: Parâmetros: *$\hbar = 0$; $\mapsto = 0,5$; $R = 0,05$; $k_0 = 0,01$; $k^* = 100$.*

5.2 Modelo de *Martins*

A segunda parte deste capítulo sobre simulações será dedicada ao modelo de *Martins*. Como será visto, esta construção se apresenta como o caso geral, no qual o modelo de *Diamond* é uma formulação particular. Ademais, será mostrado, ainda que por meio de exemplos, que, para níveis de estoque de capital *per capita* crescentes, esses modelos se aproximam das formulações como *à la Barro*, passando, no limite, a se confundir com elas.

Nesta simulação, será utilizada a versão discreta da função de produção que foi adotada no exercício anterior, ou seja, $y_t = f(k_t) = k_t^{\alpha}$ com $\alpha \in (0,1)$. A função de utilidade, por sua vez, deverá ser modificada para que seja possível incorporar o *motivo herança absoluto* e para que se possa retomar uma versão discreta. Assim, $U_t = \log[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1}\log[c_t(t+1)] + \gamma\log[b_{t+1}]$, com $\gamma > 0$. A inclusão da previdência por repartição no modelo é realizada mediante a especificação adequada das restrições orçamentárias, que passam a incorporar o funcionamento do sistema previdenciário. No entanto, para essas simulações, o sistema funcionará de forma diferente daquela que foi estabelecida nos outros capítulos. Aqui, no lugar de se supor que a contribuição para a previdência seja estabelecida em um montante fixo, ela passa a ser uma proporção do salário auferido pela geração mais nova. O objetivo desse procedimento é tentar evitar que a acumulação de capital e o conseqüente incremento da renda *per capita* tornem insignificante o desconto previdenciário. As restrições podem ser reescritas como se segue:

$$c_t(t) + s_t + d_t = w_t + \frac{b_t}{1+n}$$

$$c_t(t+1) + b_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t + (1+n)d_{t+1}$$

Como $d_t = dw_t$, onde d agora é a alíquota previdenciária, ou seja, a porcentagem do salário que será descontado a título de contribuição,[28] tem-se o novo problema individual, ou seja:

$$\begin{cases} Max: U_t = \log[c_t(t)] + (1+\rho)^{-1}\log[c_t(t+1)] + \beta\log[b_{t+1}] \\ Suj: c_t(t) + s_t = (1-d)w_t + \dfrac{b_t}{1+n} \\ \qquad c_t(t+1) + b_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t + d(1+n)w_{t+1} \end{cases}$$

cuja solução está descrita pela equação a diferenças (5.7).

$$\frac{[1+\beta+(1+\rho)^{-1}](k_{t+1}+\alpha k_{t+1}^{\alpha})+d(1-\alpha)k_{t+1}^{\alpha}}{1+\alpha k_{t+1}^{\alpha-1}} = \frac{\beta(k_t+k_t^{\alpha})+(1-\alpha)(1-d)(1+\rho)^{-1}k_t^{\alpha}}{1+n} \qquad (5.7)$$

A generalidade dessa solução pode ser apreciada a partir da simples manipulação dos parâme-

[28] Esse não é o único caso possível. É mais comum, em sistemas previdenciários reais, que o trabalhador divida com o empregador o ônus da contribuição. O sistema implicaria o encarecimento relativo do trabalho sob a ótica do empregador, havendo, então, uma tendência a substituí-lo por capital, podendo assim ampliar a acumulação da economia.

tros. Por exemplo, para que se obtenha a solução sem previdência, basta que se iguale d a zero. Fazendo isso, é obtida a equação (5.8) abaixo.

$$k_{t\square 1} \square \frac{\square(k_t \square k_t^{\mapsto}) \square (1\square\mapsto)(1\square\square)^{\square 1} k_t^{\mapsto}}{(1\square \hbar)[1\square\square\square(1\square\square)^{\square 1}]} \qquad (5.8)$$

A partir de (5.8) e de um estoque de capital inicial, é possível simular tal trajetória, bastando para tanto inserir o estoque inicial em (5.8), obtendo-se, dessa forma, o estoque de capital do próximo período que realimentará mais uma vez o processo. Ela também permite o cálculo do estoque de capital *per capita* de *steady state*. Para tanto, basta fazer $k_t = k_{t+1} = k^*$. Portanto, em *steady state*:

$$k^* \square \left[\frac{\square\square(1\square\mapsto)(1\square\square)^{\square 1}}{(1\square\hbar)[1\square(1\square\square)^{\square 1}]\square\hbar\square}\right]^{\frac{1}{1\square\mapsto}} \qquad (5.9)$$

Com o intuito de comparar a trajetória proveniente do modelo da seção anterior com a obtida neste modelo, deve-se suprimir o consumo de segundo período dos agentes, pois, como foi ressaltado anteriormente, naquele modelo os agentes só consumiam em um período. Para isso, faz-se crescer indefinidamente o desconto ao qual é submetido o consumo de segundo período. Quando o parâmetro $\square$ tende ao infinito, obtém-se a partir de (5.8):

$$k_{t\square 1} \square \frac{\square[k_t \square k_t^{\mapsto}]}{(1\square\hbar)(1\square\square)} \qquad (5.10)$$

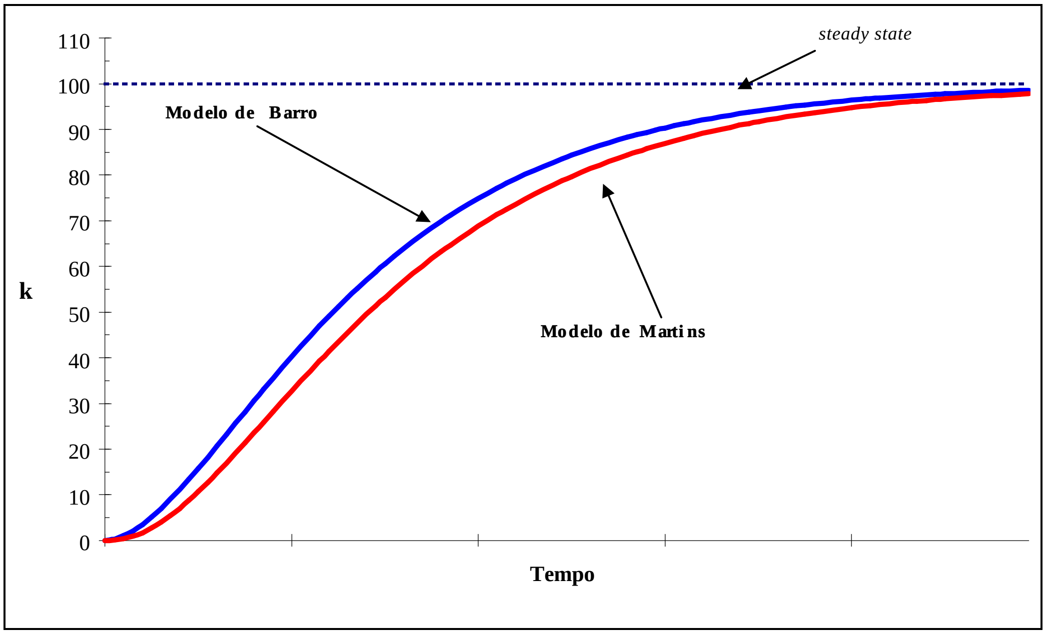
cujo *steady state* é:

$$k^* \square \left[\frac{\square}{1\square\hbar(1\square\square)}\right]^{\frac{1}{1\square\mapsto}} \qquad (5.11)$$

A figura 5.2 compara as trajetórias obtidas nos dois modelos. Os valores de *steady state* são iguais, pois

□ foi tomado tal que □ = $\mapsto /R = 10$, e utilizou-se crescimento populacional nulo.

Figura 5.2
Trajetória do Estoque de Capital *per Capita* em Direção ao *Steady State*. Modelo Barro e Modelo Martins



Nota: Parâmetros: h = 0 ; a = 0,5 ; R = 0,05 ; d = 10 ; k_0 = 0,01 ; k* = 100 e q ® ¥.

O fato de a trajetória do modelo de *Martins* estar sempre abaixo daquela descrita pelo modelo de *Barro* significa que o primeiro converge mais lentamente para o equilíbrio estacionário. Matematicamente, isso se deve à diferença entre os horizontes de planejamento. O resultado da programação com horizonte infinito sempre domina o resultado da programação com horizonte finito.

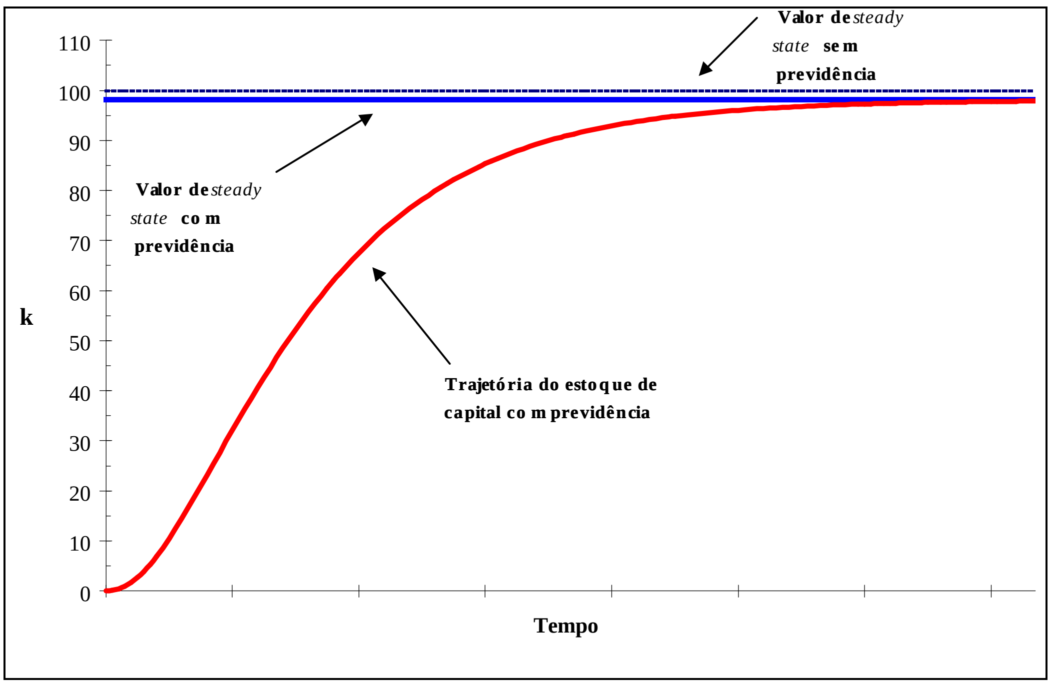
A interpretação econômica subjacente é a de que, no modelo de *Martins,* os agentes estão sempre considerando a taxa de juros de longo prazo, enquanto, no caso do modelo de *Barro*, é levada em conta toda a trajetória das taxas de juros. Se o modelo está acumulando capital, então a trajetória das taxas de juros situar-se-á sempre acima da taxa de juros de longo prazo. Isso indica que existe estímulo à acumulação mais rápida no segundo caso.

Para contemplar os efeitos da introdução da previdência, é necessário retornar à equação (5.7). Considerando-se $d \square$ **0 e** $\square\square\square\square$ **obtém-se:**

$$k_{t\square 1} \square \frac{\square(k_t \square k_t^{\mapsto})}{(1\square\square)(1\square\hbar)} \square \frac{(1\square\mapsto)k_{t\square 1}^{\mapsto}}{(1\square\square)(1\square\mapsto k_{t\square 1}^{\mapsto\square 1})} d \qquad (5.12)$$

Mais uma vez são necessários recursos computacionais para a determinação da trajetória de k **obtida. A figura 5.3 descreve a trajetória quando o sistema econômico convive com uma alíquota de previdência de 20% incidente sobre o salário. Os demais parâmetros são mantidos.**

Figura 5.3
Trajetória do Estoque de Capital *per Capita* **em Direção ao** *Steady State*. **Modelo de** *Martins* **com Previdência**



Nota: Parâmetros: *h = 0 ; a = 0,5 ; d = 10 ; d = 0,2 ,* k_0 *= 0,01; k* = 100* e *q* ® ¥.

Um fato interessante pode ser depreendido da equação (5.12). Quanto maior for o estoque de capital *per capita* **de** *steady state*, **menor será a redução percentual em tal variável ocasionada pela introdução da previdência social. Isso pode ser constatado pelo crescimento amortecido do membro nega-**

tivo daquela equação em relação ao crescimento do estoque de capital. No exemplo acima, a introdução da previdência reduz o capital de equilíbrio em 1,92% (de 100 para 98,08), ao passo que, tomando-se o estoque de capital *per capita* de *steady state* de 25 unidades, a introdução da previdência com alíquota de 20% sobre os salários provocaria uma redução de 3,6% nesse estoque (de 25 para 24,1). Paralelamente, se k^* for fixado em 400 unidades, a implementação de seguridade social o reduziria em menos de um ponto percentual (de 400 para 396,03).

Voltando novamente à equação (5.7), se o parâmetro □ for igualado a zero, obtém-se o modelo de *Diamond*, no qual os agentes não valorizam as gerações futuras. Isso caracteriza o modelo de *Diamond* como um caso particular do modelo de *Martins*. As equações (5.13) e (5.14) descrevem, respectivamente, os casos com e sem previdência.

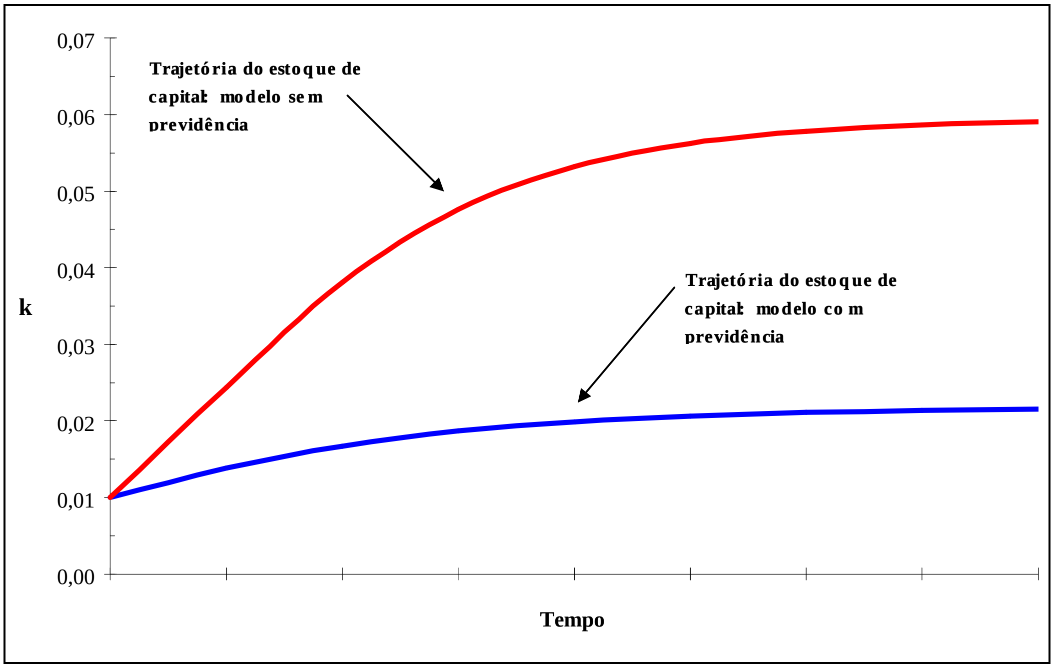
$$k_{t+1} = \frac{(1-\alpha)k_t^{\alpha}}{(1+n)(2+\rho)} \qquad (5.13)$$

$$k_{t+1} = \frac{(1-\alpha)(1-d)(1+\rho)^{-1}k_t^{\alpha}}{(1+n)[1+(1+\rho)^{-1}]} - \frac{(1-\alpha)k_{t+1}^{\alpha}}{(1+\alpha k_{t+1}^{\alpha-1})[1+(1+\rho)^{-1}]}d \qquad (5.14)$$

As simulações dos dois casos, em que se utilizam o parâmetro □ = *0,05* e a alíquota previdenciária *d = 20%,* estão descritas na figura 5.4.

Figura 5.4

Trajetória do Estoque de Capital *per Capita*. Modelo *Diamond*
com e sem Previdência por Repartição



Nota: Parâmetros: *h = 0 ; a = 0,5 ; q = 0,05 ; d = 0,2;* $k_0 = 0,01$; $k_p^* = 0,59$ e $k_p^* = 0,38$.

Dois fatos são marcantes na simulação. O primeiro deles é a violenta diminuição na acumulação de capital provocada pela previdência social. Enquanto, no modelo de *Martins*, observam-se reduções de cerca de 4%, aqui a redução foi superior a 35% no estoque de capital *per capita* de *steady state*. Isso indica que esses modelos, que, cada vez mais, vêm sendo utilizados para estimar os ganhos de poupança e de renda oriundos de reformas previdenciárias que substituem o método de repartição pelo de capitalização, podem estar superestimando os efeitos a serem obtidos.

Cabe destacar ainda a pequena capacidade acumulativa do modelo. Nos modelos com *motivo herança puro* e com *motivo herança absoluto*, facilmente pode-se atingir marcas centenárias na acumulação de capital; aqui essa variável fica restrita às casas decimais.[29] Parece uma ironia conceitual falar em su-

[29] Na verdade, poder-se-ia aumentar a capacidade de acumulação do modelo mediante a utilização de uma função de produção tipo $y = Ak^{\mapsto}$, onde *A* é uma constante. Contudo, descartando-se o efeito multiplicativo que daí adviria,

peracumulação neste modelo que, na verdade, acumula muito menos que outros nos quais tal fenômeno não se apresenta.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram estudadas as implicações econômicas da previdência social no contexto do modelo de gerações superpostas (OLG) de Paul Samuelson (1958) e Peter Diamond (1965). Para tanto, foram utilizadas três versões desses modelos, as quais se diferenciam pela maneira como cada uma delas incorpora a demanda por capital dos agentes. Na primeira delas, devida a Peter Diamond (1965), os agentes não se preocupam com as gerações futuras; na segunda, de Robert Barro (1974), os agentes possuem o chamado *motivo herança puro;* e na terceira, de Marco Martins (1995), o *motivo herança absoluto*. Foram examinados, em especial, os efeitos da previdência sobre a acumulação de capital e sobre o bem-estar da sociedade.

A realização das simulações requereu a utilização dos programas Excel 7.0 e MathCad 5.0 Plus. Os modelos de *Diamond* e de *Martins* foram simulados a partir de versões discretas, enquanto para o de *Barro* foi utilizada uma versão contínua. Nesta última simulação foi descrita toda a trajetória da economia e não apenas o comportamento das variáveis na vizinhança do *steady state*, como fazem Barro e Sala-i-Martin (1995).

Considerando-se os modelos sem previdência, mostrou-se que o modelo de *Diamond* pode gerar ineficiência dinâmica e que o de *Barro*, ao contrário, é eficiente. Não se examinou este aspecto no modelo de *Martins*. Concluiu-se que a trajetória descrita pelo modelo de *Barro* domina a do modelo de *Martins*. Tal fato foi atribuído às diferentes taxas de juros defrontadas pelos agentes em cada um dos casos.

pode-se analisar de forma mais clara a capacidade de acumulação do modelo por si só.

Ademais, caracterizou-se o modelo de *Diamond* como um *caso particular* do modelo de *Martins*. A conclusão foi obtida a partir da comparação das equações de equilíbrio dos dois modelos.

Ficou demonstrada nas simulações a baixa capacidade de acumulação do modelo de *Diamond* quando comparada com as dos modelos de *Barro* e de *Martins*. Apontou-se a ambigüidade conceitual da *sobreacumulação*, uma vez que este fenômeno apenas foi detectado no modelo com menor capacidade acumulativa.

Quando a previdência social tipo *Pay-as-You-Go* foi introduzida, constataram-se reduções no nível de *steady state* do capital *per capita* nos modelos de *Diamond* e de *Martins*, sendo que tal efeito não se manifesta no modelo de *Barro*. Pode-se verificar que o declínio foi mais acentuado no modelo de *Diamond* e que no modelo de *Martins* a diminuição é proporcionalmente menor à medida que são tomados valores mais altos para o equilíbrio estacionário.

Esse fato é explicado pela propriedade de *equivalência ricardiana*, a qual emerge apenas no modelo de *Barro*. Na formulação, os beneficiários da previdência social ressarcem integralmente os contribuintes do sistema por meio da ampliação das heranças doadas. No caso do modelo de *Martins*, a indenização é parcial e, no de *Diamond,* é inexistente.

Tanto no modelo de *Diamond* quanto no de *Martins*, a previdência social *Pay-as-You-Go* pode elevar o bem-estar social. No caso do modelo de *Diamond* isso ocorre porque o sistema PAYG pode conduzir uma economia ineficiente para a eficiência. No modelo de *Martins*, a elevação das heranças doadas, que são valorizadas na utilidade dos agentes, pode, em alguns casos, mais do que compensar o decréscimo do consumo *per capita* de *steady state* ocasionado pela diminuição do estoque de capital.

A previdência por capitalização foi analisada apenas no âmbito do modelo de *Diamond*, sendo demonstrado que o seu funcionamento não traz conseqüências à acumulação de capital, se a contribuição *per capita* não superar a poupança que surgiria espontaneamente no sistema sem previdência, isto é, se não houver poupança forçada.

Para sintetizar as principais características de cada modelo, poder-se-ia dizer que no modelo de *Diamond* ocorre um decréscimo na acumulação de capital quando há um sistema de previdência social tipo PAYG, porém ele não lida com a formação de heranças. O modelo de *Barro,* por sua vez, incorpora a existência de transferências intergeracionais e a previdência PAYG é inócua em relação à poupança. Por fim, o modelo de *Martins* concilia o efeito redutor sobre a acumulação de capital da previdência PAYG com a existência de heranças.

Atualmente, o debate acerca dos efeitos depressores da previdência social PAYG sobre a poupança e sobre a acumulação de capital vem adquirindo um caráter empírico cada vez maior. Na verdade, quando se testa se a seguridade social afeta negativamente o nível de poupança e a formação de capital, se está testando paralelamente se os indivíduos incorporam a preocupação com seus sucessores em suas preferências ou comportam-se como agentes *introvertidos* tipo *Diamond*. Em outras palavras, ao se realizar este teste, a *equivalência ricardiana* é posta à prova.

O primeiro teste realizado com esse intuito foi o de Feldstein (1974). Utilizando um modelo de ciclo de vida estendido, o trabalho estima o efeito da seguridade social sobre a poupança realizada na fase produtiva dos indivíduos, isto é, sobre o que eles acumulam antes da aposentadoria. Para tanto, é utilizada uma equação que associa o consumo dos indivíduos nesta fase à renda permanente, à riqueza, aos lucros retidos pelas empresas e ao que é denominado *social security wealth*, variável que mensura o valor atual dos recebimentos futuros que os agentes farão juz ao se aposentarem. A série de dados utilizados refere-se aos EUA, e vai de 1929 até 1971, mas os dados referentes ao período compreendido entre 1941 a 1946 são excluídos em virtude da participação americana na Segunda Guerra Mundial, nessa época.

Os resultados apontam para uma diminuição da poupança pessoal, no período ativo, de cerca de cinqüenta pontos percentuais, o que supõe a redução do nível de estoque de capital em *steady state.*[30] As estimativas também indicam uma maior propensão a consumir associada à *social security wealth* do que às outras formas de riqueza ou à renda permanente. Em suma, o trabalho caracteriza a *social security wealth* como substituta da poupança individual nos anos produtivos.

Outros testes posteriores, como os contidos em Munnell (1976) e Feldstein (1996), produziram resultados no mesmo sentido. No primeiro, a partir de uma amostra de 5 mil pessoas, com idades entre 45 e 59 anos, em 1966, é determinada a substituibilidade imperfeita entre a *social security wealth* e a poupança privada individual, no período antes da aposentadoria. Os resultados implicaram que tal substituibilidade é mais imperfeita quando se trata de fundos privados de pensão, os quais seriam menos críveis que a seguridade social oficial e, portanto, induziriam uma redução de poupança menor. É interessante notar que nesse caso a poupança agregada cresceria se fosse implementado um plano de aposentadoria *fully funded* obrigatório.

O contraponto a esses experimentos é dado por Barro e MacDonald (1979). No texto é realizada uma análise tipo *cross-country* com dados relativos a 16 países industrializados. Partindo do suposto de que os testes anteriores atribuíam ao governo o monopólio das transferências intergeracionais por meio da seguridade social, eles desprezariam uma importante fonte de transmissão de riqueza, que são as heranças privadas. Se estas forem con-

---

[30] "*The evidence that the social security program approximately haves the personal savings rate implies that it substantially reduces the stock of capital and the level of national income*." Ver Feldstein (1974), página 922.

sideradas, o ponto central da discussão deixaria de ser a relação entre a seguridade social e a poupança amealhada antes da aposentadoria, pois, nesse caso, o fundamental seria a interação entre a previdência e a poupança agregada. Isso porque, mesmo que a poupança pré-aposentadoria diminuísse, a atenção que os indivíduos conferem ao bem-estar de seus sucessores, expressa pelo acolhimento da utilidade destes nas preferências dos primeiros, levaria a um aumento da poupança no período pós-aposentadoria, com vistas à transmissão de heranças. Contudo, os testes não são conclusivos para sustentar a hipótese de que a seguridade social não deprime a poupança agregada, tampouco para refutar a hipótese contrária.

O modelo de *Martins* **ainda não foi testado empiricamente, mas esses resultados inconclusivos nos testes dos outros modelos sugerem que ele pode ser uma alternativa para a estimação dos efeitos da previdência tipo** *Pay-as-You-Go* **sobre a formação de poupança e a acumulação de capital.**

Para finalizar, é importante frisar que a adoção de um ou outro modelo tem sérias implicações sobre as formulações de política econômica e, em especial, sobre os resultados a serem esperados de uma reforma no sistema previdenciário. No modelo de *Diamond***, uma migração do sistema** *Pay-as-You-Go* **para o** *fully funded* **poderia ampliar o estoque de capital da economia, mas não necessariamente ampliaria o bem-estar, pois poderia levar o sistema econômico a um estado de ineficiência dinâmica. Sob a perspectiva do modelo de** *Barro***, essa reforma seria incapaz de ampliar o estoque de capital da economia, uma vez que os agentes privados compensariam por completo a redistribuição intergeracional de riqueza promovida pelo governo. No modelo de** *Martins***, por sua vez, uma reforma desse teor aumentaria a acumulação de capital, mas, não necessariamente ampliaria o bem-estar, pois nesse caso haveria um decréscimo nas heranças doadas. De qualquer forma, o incremento da poupan-**

ça gerado no modelo de *Diamond* **estaria amplamente superestimado quando contrastado com aquele obtido a partir do modelo de** *Martins***.**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, J. R.; EVERETT, T.; MELONE, J. J.; ROSENBLOM, J. S. e VANDERHEI, J. L. *Planos de aposentadoria*.— São Paulo: ICSS/Consultor, 1994.

ANDREONI, J. Giving with impure altruism: applications to charity and Richardian equivalence. *Journal of Political Economy*, v.97, n.6, p.1447-1458, 1989.

ARAUJO, J. T. e MARTINS, M. A. C. *Growth national debt, and fiat money in an AK model with finite lifetimes*. [S.l.: s.n.], 1996. mimeo

ARRAU, P. e SCHIMIDT-HEBBEL, K. Macroeconomic and intergeracional welfare effectes of aransition from pay-as-you-go to fully-funded pensions systems. *In*: LATIN AMERICA MEETING OF THE ECONOMETRIC SOCIETY, 22. *Proceedings...* [S.l.: s.n.], 1993.

AUERBACH, A. J. e KOTLIKOFF, L. J. *Dynamic fiscal policy*. 1ª ed.— Cambridge: Cambridge University Press, 1987.

BARBOSA, F. H. e MONDINO, G. *El sistema de seguridad social en Brasil*: por qué es importante reformalo. Estudios. [S.l.: s.n.], 1994.

BARRETO, F. A. e OLIVEIRA, L. G. S. Aplicação de um modelo de gerações superpostas para a reforma da previdência no Brasil: uma análise de sensibilidade no estado estacionário. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ECONOMETRIA, 17. *Anais* ... [S.l.: s.n.], 1995. v.1, p.71-91.

BARRO, R. J. Are government bonds net wealth. *Journal of Political Economy*, v.82, n.6, p.1095-1117, 1974.

BARRO, R. J. e MACDONALD, G. M. Social security and consumer spending in a international cross section. *Journal of Public Economics*, v.11, p.275-289, 1979.

BARRO, R. J. e SALA-i-MARTIN, X. *Economic growth*.— New York: McGraw Hill, 1995.

BERNHEIM, D. B. e BAGWELL, K. Is everything neutral? *Journal of Political Economy*, v.96, n.2, p.308-338, 1988.

BERNHEIM, D. B. e SHLEIFER, A. e SUMMERS, L. H. The strategic bequest motive. *Journal of Political Economy*, v.93, n.6, p.1045-1076, 1985.

BLANCHARD, O. J. e FISCHER S. *Lectures on macroeconomics*. 3ª. ed.— Massachussets: The MIT Press, 1989. Caps. 2 e 3.

CASS, D. On capital overaccumulation in the agregative, neoclassical model of economic growth: a complete characterization. *Journal of Economic Theory*, v.4, p.200-223, 1972.

CASS, D. e YAARI, M. E. A re-examination of the pure consumption loans model. *Journal of Political Economy*, v.74, n.4, p.353-367, 1966.

CORSETTI, G. e SCHIMDT-HEBBEL, K. *Pension reform and growth*. [S.l.: s.n.], 1994. mimeo

DIAMOND, P. A. National debt in a neoclassical growth model. *American Economic Review*, v.55, n.5, p.1126-1150, 1965.

FELDSTEIN, M. Social security, induced retirement and agregate capital accumulation. *Journal of Political Economy*, v.82, n.4, p.905-926, 1974.

____. Social security and saving: new times series evidence. *National Tax Journal*, v.49, n.2, p.151-164, 1996.

GEANAKOPLOS, J. Overlapping nium. *In*: *The new palgrave*: a dictionary of economics.— London: The MacMillan Press, 1987.

HOOVER, K. D. *The new classical macroeconomics*.— Oxford: Basil Blackwell, 1988.

JONES, L. E. e MANUELLI, R. E. Finite lifetimes and growth. *Journal of Economic Theory*, v.58, p.171-197, 1992.

KOOPMANS, T. C. On the Concept of Optimal Economic Growth. *In*: *The economic approach of development planning*.— Amsterdam: North Holland, 1968.

KOTLIKOFF, L. J. Social security. *In*: *The new palgrave*: a dictionary of economics.— London: The MacMillan Press, 1987.

____. Intergerational transfers and savings. *Journal of Economic Perspectives*, v.2, n.2, p.41-58, 1988.

KOTLIKOFF, L. J. e SUMMERS, L. H. The role of intergerational transfers in aggregate capital accumulation. *Journal of Political Economy*, v.89, n.4, p.706-732, 1981.

MARTINS, M. A. C. A nominal theory of the nominal rate of interest and the price level. *Journal of Political Economy*, v.88, n.1, p.174-185, 1980.

____. Interests, prices and the Barsky and Summers' Resolution of the Gibson Paradox under the Gold Standart System. *Revista Brasileira de Economia*, v.48, n.1, p.3-28, 1994.

____. Bonds, interests and capital acumalation. *Revista Brasileira de Economia*, v.49, n.4, p.557-582, 1995.

MARTINS, M. A. C. e MELLO, L. R. *Dynamic inefficiency revisited* [S.l.:s.n.], 1997. mimeo

MAS-COLLEL, A.; WHINSTON, M. D. e GREEN, J. R. *Microeconomic theory*.— Oxford: Oxford University Press, 1995. Cap. 20.

McCANDLESS Jr., G. T. e WALLACE, N. *Introduction to dynamic macroeconomic theory*: an overlapping generations approach.— Cambridge, MA: Harvard University Press, 1991.

MESA-LAGO, C. *La reforma de la seguridad social y las pensiones en América Latina*: importancia y evaluacion de las alternativas de privatizacion.— Santiago: CEPAL, 1994. (Reformas de Política Pública, n.28)

MODIGLIANI, F. The role of intergenerational transfer and life cycle savings in the accumulation of wealth. *Journal of Economic Perspective*, v.2, n.2, p.15-40, 1988.

MUNNELL, A. H. Private pensions and saving: new evidence. *Journal of Political Economy*, v.84, n.5, p.1013-1032, 1976.

PESSOA, S. A. *Impacto sobre a renda per capita de longo prazo de um sistema de aposentadoria de repartição simples*. [S.l.:s.n.], 1996. mimeo

SACHS, J. D. e LARRAIN B., F. *Macroeconomia*.— São Paulo: Makron Books, 1995. Cap.4 e 7.

SAMUELSON, P. A. An exact consumption model of interest with or without the social covariance of money. *Journal of Political Economy*, v.66, n.6, p.467-482, 1958.

____. A turnpike refutation of the golden rule in a well-fare-maximizing many-year plan. *In*: *The collected scientific papers of Paul Samuelson*. Editado por R. C. Merton.— Massachussets: The MIT Press, 1967. Reprinted of Essays on the Theory of Optimal Economic Growth.

SIMONSEN, M. H. *Dinâmica macroeconômica*.— São Paulo: McGraw Hill do Brasil, 1983. Cap.4 e 6.

SIMONSEN, M. H. e CYSNE, R. P. *Macroeconomia*. 2ª ed.— Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas/Atlas Editora, 1995. Cap.9.

VARIAN, H. R. *Microeconomic analisys*. 2ª ed.— New York: w.w. Norton, 1984.

WILCOX, D. W. Social security benefits, consumption expediture, and the life-cycle hypothesis. *Journal of Political Economy*, v.97, n.2, p.288-304, 1989.

ZILCHA, I. Intergeracional models. *In*: *The new palgrave*: a dictionary of economics.— London: The MacMillan Press, 1987.

A PRODUÇÃO EDITORIAL DESTE VOLUME CONTOU COM O APOIO FINANCEIRO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE CENTROS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA — ANPEC.